ISCTE-IUL – Instituto Universitário de Lisboa
Licenciatura em Gestão – 1º Teste de Estatística II
19 de Março de 2011 Duração: 1h +30m

Nota: Não são prestados esclarecimentos durante a prova! Só é permitida a consulta do formulário, das tabelas estatísticas e o uso da calculadora.

NOME:____

Nº Aluno(a): ____

QUESTÃO 1
(7 valores)

1. Considere uma amostra aleatória de dimensão 5 retirada de uma população Bernoulli de parâmetro *p* e a seguinte estatística:

$$T_1 = \sum_{i=1}^{5} X_i$$

a) Quantas amostras diferentes se podem obter a partir desta população? Justifique

b) Deduza a distribuição amostral de T_1 indicando os respectivos parâmetros.

c) Assumindo que p=0,3, qual a probabilidade de T_1 ser igual a 3?

d) Qual a estimativa que sugeriria para a proporção de sucessos na população se a estatística T_1 assumir o valor 3? Justifique.

NOME: ____

Nº Aluno(a):

QUESTÃO 1

2. Considere agora que se recolheram duas amostras de duas populações Bernoulli (A e B) com parâmetros p_A e p_b, de dimensões 35 e 31, respectivamente.

Considere as seguintes estatísticas:

$$T_2 = \frac{\left(\overline{X}_A + \overline{X}_B\right)}{2}$$

$$T_3 = 3 \times \sum_{j=1}^{31} X_{Bj}$$

e) Deduza a distribuição aproximada (assimptótica) de T_2 indicando os respectivos parâmetros.

f) Deduza a distribuição amostral de T_3 indicando também os respectivos parâmetros.

NOME: ____

Nº Aluno(a):

QUESTÃO 2
(5,5 valores)

A partir de uma amostra aleatória $\left(X_1,...,X_m,...,X_n\right)$, com m<n, retirada de uma população normal com média μ e variância σ^2, foram propostos dois estimadores para a média e um estimador para a variância daquela população:

$$\hat{\mu}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}X_i \qquad \tilde{\mu}=\frac{1}{n-m}\sum_{i=m+1}^{n}X_i$$

$$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(X_i-\overline{X}\right)^2$$

a) Verifique se $\hat{\mu}$ e $\tilde{\mu}$ são estimadores não enviesados para μ. Justifique.

b) Determine o valor de m a partir do qual o estimador $\hat{\mu}$ é mais eficiente que $\tilde{\mu}$.

c) Verifique se $\hat{\sigma}^2$ é um estimador consistente em média quadrática para a variância populacional. Justifique adequadamente a sua resposta.

NOME: ____

Nº Aluno(a):

QUESTÃO 2

NOME: ____

Nº Aluno(a): ____

QUESTÃO 3
(7,5 valores)

A quantidade de vinho por garrafa, medida em centilitros, é uma variável aleatória com distribuição normal cuja verdadeira média e variância se desconhecem. Recolheu-se uma amostra aleatória de 25 garrafas que forneceu o valor 0,0625 centilitros^2 como estimativa para a variância amostral corrigida.

a) Estime o desvio-padrão desta população através de um intervalo de confiança a 90%.

No passado recente têm surgido diversas queixas de consumidores que reclamam não ser correcta a informação contida nos rótulos das garrafas que indicam que cada garrafa contém 75 centilitros do precioso néctar. Tal afirmação é desmentida pelo responsável pelo controlo de qualidade da empresa que, com base numa amostra de 25 garrafas, avançou com o seguinte intervalo de confiança:

$$\left[I_\lambda\right]_\mu = \;]\, 74{,}8968;\ 75{,}1032\, [$$

b) Que valor proporia como estimativa para a quantidade média de vinho por garrafa? Justifique adequadamente a sua resposta.

c) Qual a margem de erro associada ao intervalo de confiança obtido pelo responsável do controlo de qualidade?

d) Determine o nível de confiança $\lambda = 1 - \alpha$ utilizado pelo responsável pelo controlo de qualidade na construção daquele intervalo.

e) Comente a veracidade da seguinte afirmação da associação dos direitos dos consumidores ao serem confrontados com o intervalo de confiança apresentado: "É nossa convicção que só metade das garrafas comercializadas respeita o limite inferior e superior daquele intervalo".

NOME: ____

Nº Aluno(a):

QUESTÃO 3