

**ISCTE – Instituto Superior de Ciências do Trabalho e da Empresa**  
**Licenciatura em Gestão – 1º Teste de Estatística II**

28 de Março de 2009

Duração: 1h +30m

**Nota: Não são prestados esclarecimentos durante a prova! Só é permitida a consulta do formulário, das tabelas estatísticas e o uso da calculadora**

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 1**

(5 valores)

$X_i$  e  $Y_j$  são variáveis aleatórias independentes com as seguintes distribuições:

$$X_i \cap b(n_i = i + 2; p = 0,4) \quad \text{e} \quad Y_j \cap n(0;3)$$

Considere a estatística  $T = \sum_{i=1}^2 X_i$

- a) Deduza a sua distribuição amostral indicando o seu valor esperado e a sua variância.
- b) Explique o seu significado.
- c) Deduza a distribuição amostral de  $S = \sum_{i=1}^7 X_i - \sum_{j=1}^3 Y_j$  e determine o seu valor esperado e variância.
- d) Calcule  $P[S > 15]$ .

Soluções:

- a)  $T \cap b(n = 7; p = 0,4)$ ,  $E[T] = 2,8$ ,  $VAR[T] = 1,68$ ;
- b)  $T$ : nº de sucessos numa amostra de dimensão 7, com probabilidade de sucesso igual a 0,4;
- c)  $S \cap n(\mu = 16,8; \sigma = 6,09)$ ;
- d) 0,5714.

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 2**  
(3 valores)

Considere uma amostra aleatória de tamanho  $n = 5$  retirada de uma população normal com média  $\mu=0$  e variância  $\sigma^2 = 1$ . Determine, justificando todos os passos que efectuar:

a) Determine  $E \left[ \sum_{i=1}^4 X_i \times X_{i+1} \right]$

b) Determine  $E \left[ \sum_{i=1}^4 (X_i + X_{i+1})^2 \right]$

Soluções:

a) 0;

b) 8.

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 3**  
(6 valores)

Pretende-se estudar o tempo de transmissão das mensagens de uma certa rede de comunicações. Admite-se que os tempos de transmissão das mensagens são v. a. independentes com a seguinte

função densidade de probabilidade  $f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{-\left(\frac{x}{\alpha}\right)}$ ,  $x > 0, \alpha > 0$ , com parâmetros média =  $\alpha$  e variância

=  $\alpha^2$ . Sejam  $\hat{\alpha}$  e  $\tilde{\alpha}$  dois estimadores para o tempo médio de transmissão de uma mensagem a partir de uma amostra aleatória de  $n$  mensagens:

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \qquad \tilde{\alpha} = \frac{\sum_{i=2}^n X_i}{n-1}$$

- a) Compare os dois estimadores quanto ao enviesamento.
- b) O que pode concluir quanto à eficiência?

Foram retiradas duas amostras aleatórias de dimensão 3 desta população:

Amostra 1: (1,2,3)      Amostra 2: (2,3,4)

- c) Qual das duas amostras é mais provável para  $\alpha = 1$ ?

Soluções:

- a)  $\hat{\alpha}$  e  $\tilde{\alpha}$  são estimadores não enviesados para a média populacional;
- b)  $\hat{\alpha}$  é mais eficiente que  $\tilde{\alpha}$  ;
- c) Amostra 1.

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 4**  
(6 valores)

Uma sondagem eleitoral realizada a uma amostra de 120 eleitores dá ao partido “*Revolução em Movimento*” 45 simpatizantes.

- a) Construa um intervalo com 90% de confiança para o resultado eleitoral deste partido. Interprete o intervalo obtido.
- b) Considerando o mesmo nível de confiança, determine o número de pessoas que deverão ser inquiridas se este partido pretender estimar o seu resultado eleitoral com uma margem de erro máxima de 3,5%.
- c) A mesma amostra de 120 eleitores foi inquirida sobre a possibilidade de votarem num outro partido concorrente, o “*Revolução em Fuga*”. Foi construído um intervalo com 90% de confiança para o resultado eleitoral deste partido tendo-se obtido o seguinte:

$$]IC_{0,90}[^*_p = ]0,415;0,565[$$

- c1) Indique uma estimativa pontual para o resultado eleitoral deste partido.
- c2) Que previsão se poderá fazer sobre o partido que irá ganhar as eleições?
- c3) Que análise estatística deveria ser realizada para comparar as previsões eleitorais dos dois partidos?

Soluções:

a)  $]IC_{0,90}[^*_p = ]0,197;0,553[;$

b) 518;

c)

c<sub>1</sub>)  $\bar{x} = 0,49;$

c<sub>2</sub>) Nada se pode concluir;

c<sub>3</sub>) IC para a diferença de 2 médias populacionais a partir de 2 amostras emparelhadas.

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_