

ISCTE-IUL – Instituto Universitário de Lisboa
Licenciatura de Finanças e Contabilidade – 1º Teste de Estatística II

17 de Março de 2011

Duração: 1h +30m

Nota: Não são prestados esclarecimentos durante a prova! Só é permitida a consulta do formulário, das tabelas estatísticas e o uso da calculadora

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 1

(7 valores)

Seja X uma população que assume apenas os valores a e b com $P[X = a] = 0,3$. Suponha que se recolheu uma amostra aleatória de dimensão 3.

- a) Identifique todas as amostras possíveis de dimensão 3 que se podem extrair dessa população.
- b) Calcule a probabilidade de se obter a amostra aleatória (a,a,b) . Justifique.
- c) Qual a amostra menos provável? Justifique.
- d) Considere as seguintes estatísticas:

$$T_1 = X_1 - X_2 + X_3$$

$$T_2 = \bar{X}_3 = \frac{X_1 + X_2 + X_3}{3}$$

d₁) Deduza a distribuição amostral da estatística T_1 .

d₂) Calcule $P\left[\bar{X}_3 = \frac{2a+b}{3}\right]$

d₃) Deduza a distribuição amostral da média amostral \bar{X}_3 .

Soluções:

a) $(a,a,a), (a,a,b), (a,b,a), (b,a,a), (a,b,b), (b,a,b), (b,b,a), (b,b,b)$; b) 0,063; c) (a,a,a) ;

d₁)

t_1	a	b	2a-b	2b-a
$f(t_1)$	0,321	0,469	0,063	0,147

d₂) 0,189

d₃) $E[\bar{X}_3] = 0,3a + 0,7b$; $VAR[\bar{X}_3] = 0,07(a-b)^2$

\bar{x}_3	a	(2a+b)/3	(2b+a)/3	b
$f(\bar{x}_3)$	0,027	0,189	0,441	0,343

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 1

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 2
(6 valores)

O tempo de atendimento, medido em minutos, numa Repartição de Finanças é uma variável aleatória com média θ e variância θ^2 e cuja função de densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} \quad x > 0, \theta > 0$$

Com o objectivo de estimar o verdadeiro tempo médio de atendimento θ , foram propostos os seguintes estimadores construídos com base numa amostra aleatória de tamanho n :

$$\hat{\theta} = \frac{3X_{n-1} - 2X_n + \sum_{i=1}^{n-2} X_i}{n-1}$$

$$\tilde{\theta} = \frac{2X_{n-1} + \sum_{i=1}^{n-2} X_i}{n+1}$$

- O que pode concluir acerca do enviesamento dos dois estimadores propostos?
- Qual dos estimadores é o mais eficiente? Justifique adequadamente a sua resposta.
- Verifique se $\tilde{\theta}$ é estimador consistente em média quadrática para θ . Justifique.
- Deduza a função de densidade conjunta de uma amostra de dimensão n retirada daquela população e interprete o seu significado.

Soluções:

- $\hat{\theta}$ é um estimador não enviesado para o parâmetro θ ; $\tilde{\theta}$ é um estimador enviesado para θ , mas assintoticamente não enviesado;
- $\hat{\theta}$ é mais eficiente;
- $\tilde{\theta}$ é um estimador consistente em média quadrática para θ ;
- $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{\theta^n} e^{-\frac{1}{\theta} \sum_{i=1}^n x_i}$

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 2

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 3
(7 valores)

Uma multinacional francesa do ramo da restauração *fast-food* francesa estuda a hipótese de atribuir um franchising para instalar um dos seus restaurantes em Lisboa. A quota de mercado é naturalmente um factor importante na decisão e a empresa decidiu que só valerá a pena avançar com o franchising se conseguir obter pelo menos 40% dos clientes habituais deste tipo de comida. Pediram-lhe, como técnico de estudos de mercado, que aconselhasse a empresa multinacional na decisão a tomar. Para isso, desenvolveu um estudo por amostragem que revelou que, de entre 400 inquiridos frequentadores deste tipo de restaurantes, 142 afirmaram estar interessados em frequentar este restaurante.

- Identifique o parâmetro que se pretende estimar, o estimador e a estimativa encontrada para a amostra inquirida.
- Construa um intervalo com 95% de confiança para a proporção de potenciais interessados em frequentar o restaurante e interprete o resultado encontrado.
- Com base nos resultados da alínea anterior, o que deve a empresa decidir sobre a abertura do franchising em Lisboa?
- Admitindo que as estimativas encontradas pela amostra anterior continuam válidas, qual deveria ser a dimensão amostral a inquirir se pretendesse aumentar a precisão (diminuir a margem de erro) do intervalo para metade com o mesmo grau de confiança?

Soluções:

- $\bar{x} = 0,355$;
- $]IC_{0,95} [p^* =]0,308; 0,402[;$
- 1593.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 3