

Instituto Universitário de Lisboa (ISCTE-IUL)
Licenciaturas em Gestão e Finanças & Contabilidade
Estatística II - Exame de 1ª época

4 Junho de 2012

Duração: 2h +30m

Nota: Não são prestados esclarecimentos durante a prova! Só é permitida a consulta do formulário, das tabelas estatísticas e o uso da calculadora.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 1
(7 valores)

1. A AT - Autoridade Tributária e Aduaneira pretende determinar se há diferenças significativas entre os valores médios de IVA (em u.m.) liquidados pelos restaurantes de luxo 'Gourmet' localizados nas cidades de Lisboa, Porto e Faro. Uma amostra aleatória recolhida em cada uma daquelas cidades forneceu os seguintes resultados:

Quadro 1 - Descriptives

Valores de IVA (em u. m.)

Cidades	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error
Lisboa	5	91,0000	24,59675	11,00000
Porto	5	77,0000	27,06474	12,10372
Faro	5	110,0000	40,62019	18,16590
Total	15	92,6667	32,39635	8,36470

Quadro 2 - ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F
Between Groups	2743,333			
Within Groups	11950,000			
Total	14693,333			

- a) Complete o **Quadro 2** e responda à questão levantada pelo estudo realizado, identificando a(s) região(ões) crítica(s) do teste e as hipóteses (nula e alternativa). Utilize $\alpha=0,05$.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

- b) Identifique as hipóteses nulas e alternativas dos testes constantes no **Quadro 3** e no **Quadro 4**. O que conclui? Utilize $\alpha=0,05$.
- c) Em sua opinião a análise realizada cumpre todos os pressupostos necessários a uma decisão fundamentada? Justifique adequadamente a sua resposta.

Quadro 3 – Test of Homogeneity of Variances

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
1,032	2	12	,386

Quadro 4 - Tests of Normality

Cidades	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Lisboa	,273	5	,200 [*]	,871	5	,271
Porto	,147	5	,200 [*]	,987	5	,966
Faro	,197	5	,200 [*]	,934	5	,627

a. Lilliefors Significance Correction

*. This is a lower bound of the true significance.

Soluções:

a)

Quadro 2 - ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F
Between Groups	2743,333	2	1371,667	1,377
Within Groups	11950,000	12	995,833	
Total	14693,333	14		

Decisão: não rejeitar H_0 .

- b) Quadro 3: teste para a igualdade de variâncias dos Valores de IVA (em u. m.) liquidados pelos 3 grupos populacionais de restaurantes de Lisboa, Porto e Faro; Decisão: não rejeitar H_0 .

Quadro 4: para cada um dos 3 grupos populacionais de restaurantes (Lisboa, Porto e Faro) são feitos dois testes (Kolmogorov-Smirnov e Shapiro-Wilk) à normalidade da variável Valores de IVA (em u. m.).

Decisões: para o grupo populacional de restaurantes de Lisboa: não rejeitar H_0 ;
para o grupo populacional de restaurantes do Porto: não rejeitar H_0 ;
para o grupo populacional de restaurantes de Faro: não rejeitar H_0 .

- c) Sim.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 1

2. A AT está convencida de que o valor médio do IVA liquidado este ano no segmento dos restaurantes de luxo 'Gourmet' será superior a 120 u.m.. Porém, alguns fiscalistas entendem que aquele valor é demasiado otimista e que o verdadeiro valor médio será no máximo de 120 u.m.. Com a finalidade de obter previsões mais fiáveis sobre as receitas do IVA naquele segmento de mercado, a AT decidiu recolher uma amostra aleatória da população em análise tendo obtido os seguintes resultados:

$$\sum_{i=1}^{36} X_i = 4320 \text{ u.m.}$$

$$\sum_{i=1}^{36} (X_i - \bar{X})^2 = 1296 \text{ u.m.}^2$$

- a) Defina adequadamente a população em estudo.
- b) Terá a AT razão? Justifique a sua resposta utilizando um teste adequado a 5% de significância.
- c) Qual a probabilidade de estar a tomar uma decisão incorreta se o verdadeiro valor médio do IVA liquidado for afinal de 123 u.m.?
- d) Calcule o valor da potência do ensaio se o verdadeiro valor médio do IVA liquidado for de 121,645 u.m.?

Soluções:

- a) X: valor anual (em u.m.) do IVA liquidado pelos restaurantes de luxo "Gourmet".
- b) A AT não deve ter razão.
- c) 0,0869.
- d) 0,50.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 2

(3 valores)

Uma empresa de automóveis pretende averiguar se existem diferenças nas preferências por parte do seu segmento-alvo, relativamente aos três tipos de modelo de automóvel que poderá vir a lançar.

Para tal recolheu uma amostra aleatória da população em estudo, tendo obtido os seguintes resultados:

Modelo	Nº de preferências
A	370
B	440
C	390

- Indique, justificando, um teste apropriado para dar resposta a essa empresa.
- Diga se estão reunidas as condições para aplicação desse teste.
- Defina as hipóteses em confronto e para $\alpha=0,05$, o que pode concluir?
- Qual o nível de significância (*p-value*) associado ao valor do teste? Para responder a esta alínea considere o quadro seguinte relativo à tabela do qui-quadrado:

Prob. Acumulada	0,960	0,961	0,962	0,963	0,964	0,965	0,966	0,967	0,968	0,969	0,970
2 G. de liberdade	6,44	6,5	6,54	6,59	6,65	6,70	6,76	6,82	6,88	6,95	7,01
3 G. de liberdade	8,31	8,37	8,42	8,48	8,54	8,61	8,67	8,74	8,80	8,87	8,95

Soluções:

- Teste de aderência de qui-quadrado para a distribuição uniforme.
- Sim, as condições de aplicação do teste anterior estão verificadas.
- Rejeitar H_0 .
- P-value (Sig.) = 0,039.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 3
(4,0 valores)

Uma empresa de transportes que opera no segmento das carreiras Expresso garante que a duração média do percurso Lisboa - Faro é de 120 minutos com uma variância que não ultrapassa os 4 minutos². Uma comissão de utentes deste serviço, questionando a fiabilidade daqueles indicadores publicitados pela empresa, decidiu encomendar um estudo a um grupo de especialistas para averiguar se a posição da empresa tem ou não fundamento.

Dos resultados recolhidos no âmbito desse estudo constam, entre outros, o registo dos tempos de duração em 20 viagens:

$$\sum_{i=1}^{20} X_i = 2360 \text{ minutos}$$

$$\sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 = 60,192 \text{ minutos}^2$$

Admitindo que a duração daquele percurso é normalmente distribuído:

- Indique estimativas não enviesadas para a duração média e variância daquele percurso.
- Construa um intervalo de confiança a 99% para a verdadeira duração média do percurso. Com base no resultado obtido comente, de forma fundamentada, quem lhe parece ter razão nesta polémica: a empresa ou a comissão de utentes?
- Os responsáveis pelo estudo apresentaram ainda o seguinte intervalo de confiança para σ^2 :

$$]IC_{\lambda}[\sigma^2]^* =]1,999 ; 5,959[$$

Qual foi o nível de confiança λ , utilizado pelos responsáveis? Justifique.

Soluções:

- $\bar{x}^* = 118 \text{ min}; \quad s'^{2*} = 3,168 \text{ min}^2$
- $]IC_{0,99}[\mu]^* =]116,86 ; 119,14[$
- $\lambda = 0,90$.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 3
(Continuação)

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 4
(3,0 valores)

Considere uma amostra aleatória $X_1, \dots, X_n$ retirada de uma população uniforme em $[0, b]$ e os seguintes estimadores para b :

$$\hat{b} = 2\bar{X} \quad \text{e} \quad \tilde{b} = X_1 + X_n \quad \text{para } n > 1$$

- a) Verifique se os estimadores propostos são não enviesados (centrados) para b .
- b) Os dois estimadores propostos são suficientes? Justifique.
- c) Compare os dois estimadores propostos quanto à eficiência relativa.

Soluções:

- a) $\hat{b}$ e $\tilde{b}$ são ambos estimadores não enviesados ou centrados para o parâmetro b de uma população uniforme.
- b) $\hat{b}$ é um estimador suficiente; $\tilde{b}$ não é suficiente.
- c) Para $n=2$ são ambos igualmente eficientes; para $n>2$, $\hat{b}$ é mais eficiente que $\tilde{b}$ pois tem menor variância.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 5
(3,0 valores)

Considere uma população constituída por 3 bolas numeradas: {1, 2, 3}.

É recolhida uma amostra aleatória de tamanho $n=2$ retirada sem reposição e uma bola de cada vez daquela população.

- a) Identifique todas as amostras possíveis de dimensão 2 que se podem obter.
- b) Calcule a probabilidade de obter a amostra (1, 3)? Justifique.
- c) Qual é a amostra mais provável? Justifique.
- d) Considere a seguinte estatística:

$$T = X_1 - X_2$$

Deduza a sua distribuição amostral.

Soluções:

- a) (1,2), (1,3), (2,1), (2,3), (3,1), (3,2).
- b) 1/6.
- c) Todas as amostras possíveis são igualmente prováveis.
- d)

t	-2	-1	+1	+2
f(t)	1/6	2/6	2/6	1/6