5- Amostragem – Exercícios

1. De uma população de Bernoulli retirou-se uma amostra de dimensão 6. Qual a função de probabilidade conjunta da amostra?

2. Considere uma amostra aleatória de dimensão 5, (X_1, X_2,X_3, X_4, X_5) retirada de uma população com distribuição de Poisson. Calcule a probabilidade de obter a amostra (1, 3, 2, 0, 4) admitindo que $\lambda = 2$.

3. Deduza a distribuição conjunta de uma amostra aleatória de dimensão n=5 retirada de uma população com a seguinte f.d.p.: $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, para x > 0 e λ >0.

4. Seja (X_1, X_2,X_3) uma amostra aleatória de uma população de Bernoulli.

a) Quantas amostras diferentes se podem obter a partir desta população?

b) Qual a amostra mais provável de ocorrer no caso de $p = 0{,}1$?

5. Considere uma população de Bernoulli da qual se retira uma amostra aleatória de dimensão 5. Admitindo que $p = 0.6$,

a) Calcule a probabilidade de se obter a seguinte amostra $(1;0;1;0;1)$.

b) Obtenha a distribuição amostral da proporção de sucessos nessa amostra.

6. Considere uma amostra aleatória retirada de um população de Bernoulli de parâmetro p e a seguinte estatística:

$$T_1 = \sum_{i=1}^{5} X_i$$

a) Deduza a distribuição amostral de T_1, indicando os respectivos parâmetros.

b) Assumindo que p=0,3, qual a probabilidade de T_1 ser igual a 3?

c) Qual a estimativa que sugeriria para proporção de sucessos na população se a estatística T_1 assumir valor 3?

7. Pretende-se estimar a proporção de jovens do grupo etário dos 18 aos 25 anos que se interessam pela actividade económica do país. Considere que a partir da referida população se retirou uma amostra aleatória de tamanho 100 e se definiram as seguintes estatísticas:

$$T_1 = \sum_{i=1}^{100} X_i \qquad\qquad T_2 = \frac{\sum_{i=1}^{100} X_i}{100}$$

a) Explique o significado das estatísticas T_1 e T_2.

b) Deduza a distribuição amostral exacta e aproximada (assimptótica) de T_1, indicando os respectivos parâmetros.

c) Deduza a distribuição amostral aproximada (assimptótica) de T_2, indicando os respectivos parâmetros.

8. Seja X uma população com distribuição de Bernoulli com parâmetro $p = 0.2$. Considere a estatística: $T_1 = \sum_{i=1}^{n-1} X_i$

a) Determine a distribuição amostral de T_1 para amostras de dimensão $n = 6$ e $n = 37$;

b) Para $n = 6$, calcule $P(T_1 < 2)$.

9. O nº de condutores que, por hora, são sujeitos a controlo por uma brigada de trânsito, em determinada via da cidade de Lisboa tem distribuição de Poisson de parâmetro λ. Considere as seguintes estatísticas:

$$T_1 = \sum_{i=1}^{48} X_i \qquad\qquad T_2 = \frac{\sum_{i=1}^{48} X_i}{48}$$

a) Deduza a distribuição amostral de T_1 *e* T_2, indicando os respectivos parâmetros.

b) Deduza a função de probabilidade conjunta de uma amostra de tamanho 120 retirada daquela população.

10. Considere as variáveis ($X_1, X_2, \ldots, X_n$) com distribuição binomial em que

$$X_i \cap b(x_i, n_i=i, p=0{,}5) \text{ sendo } i=1, \ldots, 9.$$

Sejam também as variáveis

$$Y_j \cap N(\mu=2; \sigma=1) \text{ sendo } j=1,2.$$

Estas variáveis são todas independentes.

a) Deduza a distribuição amostral de $T = \sum_{i=1}^{5} X_i$.

b) Calcule *E(T)* e *Var (T).*

c) Deduza a distribuição amostral de $R = \sum_{i=1}^{9} X_i - \sum_{j=1}^{2} Y_j$.

11. O conteúdo (em litros) de garrafas de óleo alimentar segue uma distribuição normal. Admita que os respectivos parâmetros são $\mu = 0.99$ litros e $\sigma = 0.02$ litros.

a) Qual a probabilidade do conteúdo médio numa amostra de 16 garrafas seleccionadas ao acaso para inspecção ser superior a 1 litro?

b) Qual a probabilidade den numa amostra de 100 garrafas, o conteúdo médio ser inferior a 9.85 decilitros?

c) Encontre um intervalo tal que a probabilidade de $\overline{X}_{100}$ nele estar contido seja de 0.95, i.e., encontrar *a* e *b* tais que: $P(a \leq \overline{X}_{100} \leq b) = 0.95$.

12. As lâmpadas eléctricas do fabricante A têm duração média de 1400 horas e um desvio-padrão de 200 horas, enquanto que as do fabricante B têm duração média de 1200 horas com desvio-padrão de 100 horas. Se forem seleccionadas amostras aleatórias de 125 lâmpadas de cada marca/fabricante, qual é a probabilidade das da "marca A" terem vida média superior à da "marca B" em pelo menos 160 horas?

13. As vendas diárias nas lojas de Lisboa e Faro de certa cadeia de *franchising* são aleatórias com um comportamento aproximadamente Normal. Suponha que se conhecem os seguintes parâmetros:

μ_L=1250 u.m. σ_L=180 u.m.

μ_F=1400 u.m. σ_F=150 u.m.

Nestas condições qual a probabilidade de, em 2 meses de actividade (60 dias), a média diária de vendas na loja de Lisboa se revelar superior à da loja de Faro?