

**ISCTE-IUL - Instituto Universitário de Lisboa**  
**Licenciaturas em Gestão e Finanças & Contabilidade – Estatística I**

Exame de 1ª Época – 8 de Janeiro de 2013

Duração: 2h + 30m

**Nota: Não são prestados esclarecimentos durante a prova. Só é permitida a consulta do formulário, tabelas estatísticas e o uso da calculadora. Apresente todos os cálculos que efetuar.**

NOME:

Nº Aluno(a):

**QUESTÃO 1**

[4 valores]

Em certa comunidade realizou-se um estudo sobre as preferências dos consumidores de diferentes escalões de rendimento anual (em u.m.), quanto ao tipo de bebidas que usualmente consumiam tendo-se obtido os seguintes resultados:

Bebidas \ Rendimento anual (em u.m.)	Entre 1000 e 3000	Entre 3000 e 5000	Mais de 5000
	Vinho	90	100
Cerveja	200	60	40
Refrigerantes	50	75	75
Água	120	40	40

- Represente graficamente a distribuição de frequências do rendimento anual utilizando um polígono de frequências.
- Sabendo que o rendimento médio anual dos consumidores inquiridos é de 3610 u.m., que conclui relativamente à assimetria da distribuição do rendimento anual a partir dos principais indicadores de localização?
- Construa o quadro de distribuição de frequências do tipo de bebidas e calcule uma medida de localização que melhor caracterize aquela distribuição. Justifique adequadamente a sua escolha.

Soluções: b)  $Mo = 3000$  u.m.;  $Me = 3290,9$  u.m.; Distribuição do rendimento anual é assimétrica positiva.

c) Distribuição bimodal: vinho e cerveja são as bebidas mais preferidas pelos consumidores.

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 1 (continuação)**

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 2**

[2 valores]

Pretende-se estimar um modelo linear explicativo das variações do consumo de certos bens alimentares (em milhares de u.m.) em função do rendimento disponível (em milhares de u.m.). Os dados disponíveis dizem respeito aos últimos 7 anos e são os seguintes:

$$\sum_{i=1}^7 X_i = 2590 \quad \sum_{i=1}^7 X_i Y_i = 187553 \quad \sum_{i=1}^7 Y_i = 504 \quad \sum_{i=1}^7 X_i^2 = 967624 \quad \sum_{i=1}^7 Y_i^2 = 36414$$

- Estime a reta de regressão através do método dos mínimos quadrados e interprete o significado económico dos coeficientes estimados.
- Parece-lhe que o modelo em causa oferece credibilidade para prever o consumo daqueles bens alimentares nos próximos anos? Justifique adequadamente a sua resposta.

Soluções: a)  $\hat{Y}_i = 29,45 + 0,115 X_i$     b) Sim, porque  $R^2 = 0,97865$ .

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

---

**QUESTÃO 3**

[4 valores]

Suponha que num navio estão a ser transportados 30 barris, que foram carregados de forma aleatória, alguns deles contendo material explosivo. Sabe-se que um quinto dos barris pesa mais de 100kg. A probabilidade de um barril com mais de 100Kg conter material explosivo é de 0,4 sendo que esta probabilidade baixa para 0.3 para os barris que não pesam mais de 100Kg.

- Qual a probabilidade de um barril que pesa mais de 100Kg não conter material explosivo?
- Tendo sido selecionado aleatoriamente um barril que se verificou conter material explosivo, qual a probabilidade de o mesmo não pesar mais de 100Kg?
- Os acontecimentos 'A<sub>1</sub>: um barril, escolhido ao acaso, pesa mais de 100Kg' e 'A<sub>2</sub>: um barril, escolhido ao acaso, não pesa mais de 100 Kg' são acontecimentos independentes? Justifique adequadamente a sua resposta.

Soluções: a) 0,60 b) 0,75 c) A1 e A2 formam uma partição sobre  $\Omega$ , logo são mutuamente exclusivos, e nenhum deles tem probabilidade nula. Portanto, não podem ser independentes.

---

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

---

**QUESTÃO 4**

[3 valores]

- 4.1** Suponha que o informavam que a procura diária de gasolina em determinado posto de abastecimento (em milhares de litros) seguia a seguinte função de densidade de probabilidade:

$$f(x) = 0.5(x^2 - k) \quad \text{para } 0 < x < 3$$

Considera a informação fornecida credível? Justifique adequadamente a sua resposta.

Solução: Com  $k = 7/3$  é violada a condição  $f(x) \geq 0$ . Logo  $f(x)$  não pode ser uma função densidade de probabilidade e a informação fornecida não é credível.

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 4 (continuação)**

4.2 A partir de dados recolhidos num inquérito realizado a um elevado número de famílias portuguesas obteve-se a seguinte função de probabilidade conjunta de  $(X, Y)$  em que  $X$  representa o número de rapazes numa família de 2 crianças e  $Y$  representa o número de automóveis dessa mesma família:

X Y	0	1	2
0	0,12	0,24	<b>b</b>
1	<b>a</b>	0,36	0,06

- Determine **a** e **b** sabendo que o número médio de rapazes numa família de 2 crianças é de 0,8 (rapazes).
- Defina a função de probabilidade marginal de  $Y$  (Se não conseguiu resolver a alínea anterior admita  $a=0,18$  e  $b=0,04$ ).
- As variáveis aleatórias  $X$  e  $Y$  são independentes? Justifique adequadamente a sua resposta.
- Qual o valor do coeficiente de correlação linear? Interprete o seu significado.

Soluções:

a) **a** = 0,18; **b** = 0,04

b)

y	0	1
$f_y(y)$	0,4	0,6

c)  $X$  e  $Y$  são independentes porque  $f(x,y) = f(x).f(y)$  para qualquer par de valores  $(x,y)$  com  $x = 0,1,2$  e  $y = 0,1$ .

d) Como as variáveis são independentes, não existe qualquer tipo de relação, linear ou não linear, logo a correlação linear entre as duas variáveis é nula.

---

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

---

**QUESTÃO 5**

[5,0 valores]

5.1 A 'Douro Lagares' exporta azeite de elevada qualidade para vários mercados. O número de encomendas que recebe por mês (4 semanas) é uma variável aleatória com distribuição de Poisson com parâmetro 12.

- a) Qual o número médio de encomendas que a 'Douro Lagares' recebe por mês?
- b) Qual a probabilidade de a 'Douro Lagares' não receber nenhuma encomenda durante 1 semana?
- c) Determine a probabilidade de, em 10 semanas, haver apenas 1 semana em que a 'Douro Lagares' não recebe nenhuma encomenda.
- d) Qual a probabilidade de a 'Douro Lagares' não receber mais de 120 encomendas nos próximos 12 meses?

Soluções: a) 12    b)  $0,0498 \approx 0,05$     c) 0,3151    d) 0,025

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 5.1** (continuação)

---

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

---

**QUESTÃO 5**

[5,0 valores]

**5.2** O azeite comercializado pela 'Douro Lagares' é vendido em garrafas cujo conteúdo, em litros, é uma variável aleatória com distribuição normal com média  $\mu=0,99$  litros e desvio-padrão  $\sigma=0,02$  litros.

- a) Qual a percentagem de garrafas de azeite que contêm mais de 1 litro?
- b) Determine a probabilidade de o conteúdo total, em litros, de 25 garrafas de azeite, seleccionadas ao acaso, ultrapassar os 25 litros.
- c) A 'Douro Lagares' desenvolveu um rigoroso sistema de controlo de qualidade que lhe permite rejeitar as garrafas cujo conteúdo difira da média, em valor absoluto, por mais de 0,05 litros.

Qual a probabilidade de uma garrafa, escolhida ao acaso, ser rejeitada?

Soluções: a) 30,85%    b) 0,0062    c) 0,0124.

NOME: \_\_\_\_\_

Nº Aluno(a): \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 6**

[2 valores]

Para cada uma das questões seguintes existe apenas uma resposta correta. Assinale essa resposta com uma cruz, justificando adequadamente a sua escolha.

1) Seja  $Y = aX + b$ . O coeficiente de correlação linear  $\rho_{X,Y}$  é de:

- a) +1
- b)  $a$
- c) -1
- d) Nenhuma das respostas anteriores.

2) Se  $VAR(X)$  existir, então:

- a)  $VAR(X - 4) = VAR(4 - X)$
- b)  $VAR(X + 4) = VAR(X)$
- c)  $VAR(X - 4) = VAR(X) - 4$
- d) As opções a) e b) estão corretas.

3) Se a variável aleatória  $W \sim t(m)$  então:

- a)  $P[W \leq 0] = 0,9$  para  $m \geq 1$
- b)  $P[W \geq 0] = 0,5$  para  $m \geq 1$
- c)  $P[W \leq 0] = 0,5$  para  $m \geq 1$
- d) As opções b) e c) estão corretas.

4) Se  $E(X.Y) = E(X).E(Y)$ , então:

- a)  $X$  e  $Y$  são variáveis aleatórias independentes
- b)  $COV(X.Y) = 0$ ;
- c) Ambas a) e b) estão corretas
- d) Nem a) nem b) estão corretas.

5) Sejam  $X_1$  e  $X_2$  duas variáveis aleatórias independentes com distribuição normal padrão. Então a variável aleatória  $T = (X_1 + X_2)^2$  tem a seguinte distribuição:

- a) Qui-quadrado com 2 graus de liberdade
- b) Normal com parâmetros  $\mu = 0$  e  $\sigma = 2$
- c) Bernoulli
- d) Nenhuma das anteriores.

Soluções: 1) d; 2) d; 3) d; 4) b; 5) d.