Instituto Universitário de Lisboa (ISCTE-IUL)

Instituto Universitário de Lisboa (ISCTE-IUL)

Licenciaturas em Gestão e Finanças & Contabilidade

Estatística I - Exame de 1ª época

7 Janeiro 2014 Duração: 2h +30m

Nota: **Não são prestados esclarecimentos durante a prova! Só é permitida a consulta do formulário, das tabelas estatísticas e o uso da calculadora.**

NOME:____

Nº Aluno(a): Licenciatura: Gestão ☐ F&C ☐

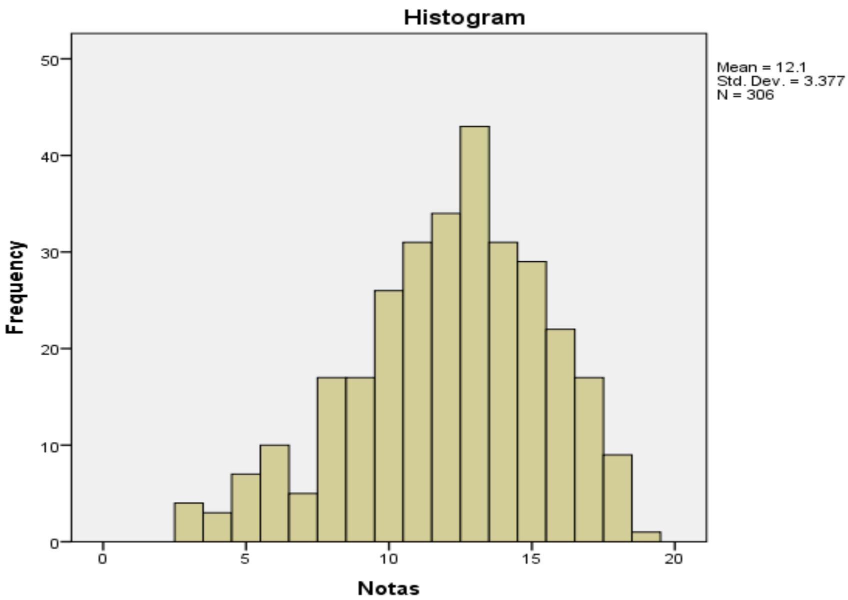
QUESTÃO 1

[6 valores]

Nos quadros e gráfico seguintes apresentam-se alguns resultados sobre a distribuição das notas (em valores inteiros e numa escala de 0 a 20) dos 306 alunos dos cursos de Gestão e de Finanças & Contabilidade que realizaram o 1º Teste de Estatística I em 26 de Outubro de 2013.

Quadro I -Distribuição das notas (em valores)

		Género		Total
		Masculino	Feminino	
Notas	3	2	2	4
	4	3	0	3
	5	4	3	7
	6	4	6	10
	7	3	2	5
	8	11	6	17
	9	8	9	17
	10	16	10	26
	11	11	20	31
	12	16	18	34
	13	12	31	43
	14	15	16	31
	15	8	21	29
	16	12	10	22
	17	6	11	17
	18	3	6	9
	19	0	1	1
Total		134	172	306



Quadro II – Medidas de localização, dispersão, enviesamento

	Masculino	Feminino
Média	11,57	12,51
Mediana	12,00	13,00
Amplitude do Intervalo Inter-quartil	5	4
Variância	12,488	10,240
'Skewness'	-0,343	-0,558

(1,50) a) Classifique a distribuição das notas, para o total dos alunos, quanto à assimetria? Justifique adequadamente a sua resposta.

(0,75) b) Qual foi a nota máxima dos 25% dos alunos que piores classificações obtiveram? Justifique.

NOME: ____

Nº Aluno(a):

<u>QUESTÃO 1</u> (cont.)

(1,00) c) Quais as modas das notas do 1º teste de Estatística 1 para cada um dos géneros?

(1,75) d) Com base nas medidas constantes do Quadro II (estatísticas referentes às distribuições das notas por género) caracterize de forma clara e sucinta e compare as distribuições das notas por género.

(1,00) e) Que medida utilizaria para avaliar a associação entre as notas do grupo feminino e as notas do grupo masculino? Justifique a sua resposta sem efetuar cálculos.

Soluções: a) média amostral=12,1, moda=13, mediana=12, distribuição ligeiramente assimétrica positiva

b) 10 valores c) Masculino Mo=10, Feminino Mo=13 e) coeficiente de correlação linear

NOME: ____

Nº Aluno(a):

QUESTÃO 2

[4 valores]

Numa determinada empresa, a Maria, o António e o Francisco são os três responsáveis pelas transações efetuadas em duas moedas estrangeiras: USD e GBP.

Das transações realizadas em USD, a Maria e o Francisco asseguraram, respetivamente, 10% e 30% das mesmas. Quanto às transações realizadas em GBP, o António e o Francisco asseguraram, respetivamente, 20% e 50% das mesmas. Sabe-se ainda que as transações realizadas em GBP representam o triplo das realizadas em USD e que a empresa apenas efetua transações nestas duas moedas.

(2,00) a) Sabendo que uma transação aleatoriamente selecionada foi realizada em GBP, qual a probabilidade de que tenha sido a Maria a realizar a mesma?

(1,00) b) Qual a probabilidade de uma transação aleatoriamente selecionada, não ter sido realizada pela Maria?

(1,00) c) Sabendo que uma transação aleatoriamente selecionada não foi realizada pela Maria, qual a probabilidade que não tenha sido realizada em USD?

Soluções: a) 0,30 b) 0,75 c) 0,70

NOME: ____

Nº Aluno(a):

QUESTÃO 3

[4 valores]

3.1. Considere a variável aleatória X cuja função de densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = k + \frac{6}{5}x^2 \qquad 0 \leq x \leq 1$$

(0,50) a) Qual o valor de k ? Justifique adequadamente a sua resposta.

(0,75) b) Determine a respetiva função de distribuição $F(x)$.

Soluções: a) k=3/5

b)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{3}{5}x + \frac{2}{5}x^3 & 0 \leq x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \end{cases}$$

NOME: ____

Nº Aluno(a):

QUESTÃO 3 (cont.)

3.2. No quadro seguinte apresenta-se a função de probabilidade conjunta da variável aleatória (X, Y):

Y \ X	0	1
2	3/12	1/12
4	0	4/12
6	1/12	3/12

(0,75) a) Determine a função de probabilidade marginal de X. A que família de distribuições poderá X pertencer? Justifique adequadamente a sua resposta.

(0,50) b) Calcule $E\,[X.Y]$.

(1,00) c) Calcule $VAR[X-Y]$.

(0,50) d) Defina a função $f(x \mid y=6)$.

Soluções: a) Bernoulli (p=2/3), $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{1-x} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{x}$ $\quad x = 0{,}1$ b) 3 c) 20/9

d) $f(x|y=6) = \begin{cases} \frac{1}{4} & x = 0 \\ \frac{3}{4} & x = 1 \end{cases}$

NOME: ____

Nº Aluno(a):

QUESTÃO 4

[4,0 valores]

O número de partos realizados por dia em determinada maternidade é uma variável aleatória com distribuição de Poisson com média 8.

De acordo com os dados registados naquela maternidade pode admitir-se que o peso à nascença (em gramas) dos recém-nascidos segue uma distribuição aproximadamente normal de parâmetros μ e σ.

(0,25) a) Qual a probabilidade de, em certo dia, serem realizados mais de 4 partos naquela maternidade?

(0,75) b) Qual a probabilidade de em 32 dias serem realizados mais de 250 partos?

(1,00) c) Sabendo que 69,15% dos recém-nascidos pesam, à nascença, menos de 3 Kg e que apenas metade nasce com peso superior a de 2,9 Kg, calcule a percentagem de recém-nascidos que, à nascença, pesam mais de 3104 gramas.

(1,00) d) Qual a probabilidade de ser necessário realizar 5 partos até encontrar o 1º recém-nascido com peso superior a 2900 gramas?

(1,00) e) Com base nos registos da maternidade, sabe-se ainda que a distribuição por género dos recém-nascidos é a seguinte: Por cada 90 recém-nascidos do sexo feminino, nascem 110 do sexo masculino.

Qual a probabilidade de, em 100 recém-nascidos, escolhidos ao acaso, exatamente 45 deles serem do sexo feminino?

Soluções: a) 0,9004 b) 0,6331 c) 15,39% d) 0,03125 e) 0,6826

NOME: ______________________________

Nº Aluno(a):

QUESTÃO 4 (cont.)

NOME: ____

Nº Aluno(a):

QUESTÃO 5

[2,0 valores]

Para cada uma das questões seguintes existe apenas uma resposta correta. Assinale essa resposta com uma cruz, justificando adequadamente a sua escolha.

(0,5) **6.1.** Numa lotaria de 100 bilhetes em que há 2 prémios no valor de 400 euros cada um, foi fixado em 8 euros o preço de cada bilhete. Para que o jogo seja equitativo é necessário que o preço de cada bilhete seja igual ao valor esperado do ganho. Será que o preço fixado garante um jogo equitativo?

☐ a) Não, para que o jogo seja equitativo o preço de cada bilhete deverá ser de 6 euros;

☐ b) Não, para que o jogo seja equitativo o preço de cada bilhete deverá ser de 5 euros;

☐ c) Sim, o preço fixado de 8 euros garante um jogo equitativo;

☐ d) Nenhuma das respostas anteriores é correta.

____

(0,5) **6.2.** Se X e Y forem variáveis aleatórias independentes com funções de probabilidade dadas por $f(x)$ e $f(y)$, respectivamente, então:

☐ a) $COV(X,Y) = 0$;

☐ b) $E[X.Y] = E[X].E[Y]$;

☐ c) as respostas a) e b) estão ambas corretas;

☐ d) Nenhuma das respostas anteriores está correta.

____

NOME: ____

Nº Aluno(a):

QUESTÃO 5 (cont.)

(0,5) **6.3.** A função de densidade de probabilidade da variável aleatória Y é a seguinte:

$$f(y) = \frac{1}{K_2 - K_1} \qquad \text{com} \qquad k_1 < y < k_2 \quad \text{e} \quad -\infty < k_1 < k_2 < +\infty.$$

Então, a função de distribuição $F(y)$ para valores de y entre k_1 e k_2 é:

☐ a) $\frac{y-k_1}{k_2-k_1}$

☐ b) $\frac{y}{k_2-k_1}$

☐ c) $\frac{y-k_1}{k_1-k_2}$

☐ d) Nenhuma das respostas anteriores está correta.

(0,5) **6.4.** A função de distribuição da variável aleatória X é a seguinte: $F(x) = 1 - e^{-\alpha x}$ com $x > 0$, $\alpha > 0$

Então, a função de densidade de probabilidade $f(x)$, é dada por:

☐ a) $\alpha . e^{-\alpha x}$;

☐ b) $e^{-\alpha x}$;

☐ c) $-\alpha . e^{-\alpha x}$;

☐ d) Nenhuma das respostas anteriores está correta.

Soluções: 6.1: d) 6.2: c) 6.3: a) 6.4: a)