

ISCTE-IUL - Instituto Universitário de Lisboa
Licenciaturas em Gestão e Finanças & Contabilidade – Estatística I

Exame de 2ª Época – 22 de Janeiro de 2013

Duração: 2h + 30m

Nota: Não são prestados esclarecimentos durante a prova. Só é permitida a consulta do formulário, tabelas estatísticas e o uso da calculadora. Apresente todos os cálculos que efetuar e dê todas as justificações necessárias para a obtenção dos resultados finais.

NOME COMPLETO: _____

Nº Aluno(a): _____ **Licenciatura:** **GESTÃO** ☐ **FC** ☐

QUESTÃO 1

[4 valores]

Ao longo de 20 dias, o responsável por uma cadeia de lojas registou as vendas diárias (em milhares de euros). Esses dados foram agregados tendo-se obtido os seguintes resultados:

X_i	100	150	200	250	300
Cum f_i (frequências relativas acumuladas)	0,25	0,55	0,75	0,90	1,00

- a) (1,0) Calcule a média diária das vendas daquela cadeia de lojas.
- b) (0,5) Qual é o valor das vendas diárias mais frequente?
- c) (1,0) Represente graficamente a distribuição das vendas diárias e com base nessa representação caracterize a referida distribuição quanto à assimetria. Justifique adequadamente a sua resposta.
- d) (1,5) Comente a veracidade das seguintes afirmações, provando se são verdadeiras ou falsas:
- d₁) 'Em 5 dias as vendas diárias foram de 100 mil euros'.
- d₂) 'A variabilidade das vendas diárias foi de 4118,75 mil euros'.

Soluções:

- a) 177,5 milhares de euros
- b) $M_0 = 150$ milhares de euros
- c) Diagrama diferencial; distribuição assimétrica positiva
- d₁) Verdadeira porque para $X_i = 100$, $F_i = 5$ dias
- d₂) Falsa porque a variância das vendas diárias é igual a 4118,75 mil euros².

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 1 (continuação)

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 2

[2,5 valores]

Com a finalidade de construir um modelo linear explicativo dos custos anuais de manutenção (em centenas de euros) de determinado tipo de equipamento fabril, em função da sua idade (em anos), foram recolhidos os seguintes dados referentes a 12 equipamentos de certa unidade fabril:

$$\sum_{i=1}^{12} X_i = 45$$

$$\sum_{i=1}^{12} X_i Y_i = 1138,5$$

$$\sum_{i=1}^{12} Y_i = 291$$

$$\sum_{i=1}^{12} X_i^2 = 204,5$$

$$\sum_{i=1}^{12} Y_i^2 = 7139$$

- a) (1,5) Escreva a equação da reta de regressão estimada pelo método dos mínimos quadrados e interprete o significado económico dos coeficientes estimados.
- b) (1,0) Qual o valor esperado do custo anual de manutenção de um equipamento com 8 anos? Considera credível a sua estimativa? Justifique adequadamente a sua resposta.

Soluções:

a) $Y_{ia} = 19,294 + 1,3217 X_i$

b) $Y_i^* = 29,87$ (10²€); Estimativa credível porque $R^2 = 0,759$.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 3

[3,5 valores]

Uma empresa fabrica 3 tipos de limpa para-brisas (A, B e C) para uma marca de automóveis. A qualidade do produto tem sido um fator diferenciador para o cliente que tem preferido a empresa em detrimento de concorrentes com um preço mais competitivo. Com base nos dados dos últimos 10 anos sabe-se o seguinte:

1. Um quinto dos limpa para-brisas fabricados pela empresa são do tipo A e metade são do tipo C;
2. A percentagem de limpa para-brisas que são rejeitados no controlo de qualidade é de 2,5%;
3. De entre os limpa para-brisas que são rejeitados pelo controlo de qualidade, 48% são do tipo A;
4. A percentagem de defeituosos nos limpa para-brisas do tipo B e C é de 1% e 2%, respetivamente.

- a) (2,0) Qual a probabilidade de um limpa para-brisas do tipo A não apresentar defeito?
- b) (0,75) Qual a percentagem de limpa para-brisas defeituosos que são do tipo C?
- c) (0,75) Qual a probabilidade de um limpa para-brisas não defeituoso ser do tipo B?

Soluções:

- a) 0,94
- b) 40%
- c) 0,3046.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 4

[2,0 valores]

Sejam X e Y variáveis aleatórias com a seguinte função de probabilidade conjunta:

Y \ X	-1	0	1
-1	0	1/4	0
0	1/4	0	1/4
1	0	1/4	0

- a) (0,75) Verifique se X e Y são variáveis aleatórias independentes.
- b) (1,25) Determine o valor da covariância entre X e Y e interprete o seu significado.

Soluções:

- a) X e Y não são independentes porque não se verifica a condição $f(x,y) = f_x(x) \cdot f_y(y)$ para qualquer par de valores (x,y) ; por exemplo $f(-1,-1) \neq f_x(-1) \cdot f_y(-1) \Rightarrow 0 \neq \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}$
- b) $\text{Cov}(X,Y) = 0$, logo X e Y não estão associadas de forma linear.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 5

[6 valores]

- 5.1. O número de encomendas recebidas *online* por minuto no serviço de entregas ao domicílio de uma cadeia de supermercados é uma variável aleatória com a seguinte função de probabilidade:

$$f(x) = \frac{e^{-3,5} 3,5^x}{x!} \quad x=0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

- a) (0,25) Identifique a distribuição da variável aleatória anterior e o(s) seu(s) parâmetro(s).
 b) (0,75) Qual a probabilidade de chegarem ao serviço de entregas ao domicílio, numa hora, no máximo 180 encomendas?

Esta cadeia de supermercados pretende angariar novos clientes e aumentar a sua quota de mercado. Com esse objetivo está em curso uma campanha em que os clientes, ao passarem pela caixa, são surpreendidos e premiados com um desconto mínimo de 5% mas que pode atingir os 30% do valor das suas compras.

O desconto concedido (em %) é uma variável aleatória cuja função de probabilidade é a seguinte:

Y	5	10	20	30
$f(y)$	1/2	1/6	1/6	1/6

- c) (0,5) Calcule o desconto médio concedido.
 d) (1,0) Qual a probabilidade de que, num grupo de 10 clientes que passam pela caixa, pelo menos 2 consigam um desconto mínimo de 10%?
 e) (1,0) Calcule a probabilidade de ser necessário passarem 4 clientes pela caixa para que ocorra o 1º desconto de 30%?

Soluções:

- a) Poisson com $\lambda = 3,5$.
 b) 0,0207
 c) 12,5%
 d) 0,9892
 e) 0,0965.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 5.1. (continuação)

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 5

[6 valores]

- 5.2.** Numa empresa cimenteira, o transporte das sacas de cimento desde o local de embalagem até ao local de armazenagem é feito através de um elevador mecânico com uma capacidade máxima para 20 sacas de cimento e uma carga máxima de 1300 kg. Sabe-se que o peso das sacas de cimento segue distribuição normal de média 61 kg e variância 100 kg^2 .
- a) (0,5) Qual a percentagem de vezes em que o peso de uma saca de cimento ultrapassa os 61 Kg?
 - b) (1,0) Suponha que o elevador mecânico foi carregado com 20 sacas de cimento. Qual a probabilidade de a carga máxima ser excedida?
 - c) (1,0) Comente a seguinte afirmação: 'Só 2,5% das sacas de cimento pesam mais de 80,6 Kg'.

Soluções:

- a) 50%
- b) 0,0367
- c) Verdadeira.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 6

[2 valores]

Para cada uma das questões seguintes existe apenas uma resposta correta. Assinale essa resposta com uma cruz, justificando adequadamente a sua escolha.

1) (0,5) Num processo de Poisson, o número de ocorrências em intervalos sobrepostos são variáveis aleatórias:

- ☐ a) Independentes
- ☐ b) Correlacionadas linearmente
- ☐ c) Linearmente independentes
- ☐ d) Nenhuma das opções anteriores está correta.

2) (0,5) Sejam X_1 e X_2 , variáveis aleatórias independentes com distribuição normal padrão. Então a distribuição da variável aleatória $T = \frac{(X_1 + X_2)^2}{2}$ é a seguinte:

- ☐ a) Qui-quadrado com 2 graus de liberdade
- ☐ b) Normal com parâmetros $\mu = 0$ e $\sigma = 2$
- ☐ c) Qui-quadrado com 1 grau de liberdade
- ☐ d) Nenhuma das opções anteriores está correta.

3) (0,5) Se $W \sim t(m)$ então:

- ☐ a) $W^2 \sim F(m)$
- ☐ b) $W^2 \sim F(1, m)$
- ☐ c) $W^2 \sim F(m, n)$
- ☐ d) As opções a) e c) estão corretas.

4) (0,5) Se $VAR(X + Y) = 9$ e $VAR(X - Y) = 1$ então o valor da $COV(X, Y)$ é de:

- ☐ a) 4
- ☐ b) -2
- ☐ c) 2
- ☐ d) Nenhuma das opções anteriores está correta.

Soluções: 1) d; 2) c; 3) b; 4) c.