

Nota: Não são prestados esclarecimentos durante a prova! Só é permitida a consulta do formulário, das tabelas estatísticas e o uso da calculadora.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

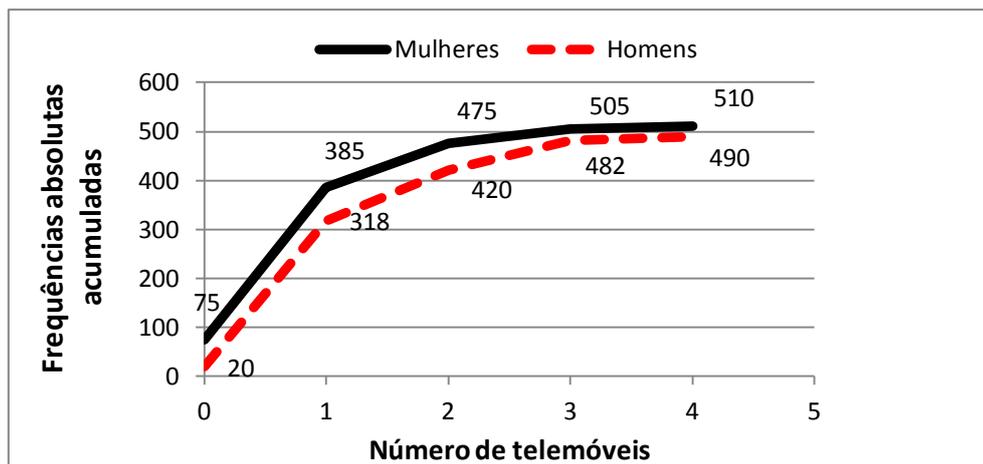
Licenciatura: Gestão F&C

QUESTÃO 1

[3,5 valores]

No quadro e gráfico seguintes apresentam-se alguns dos resultados relativos à distribuição do nº de telemóveis que cada um dos entrevistados afirmou possuir na sequência de um inquérito realizado a 1000 indivíduos residentes em Portugal Continental.

Nº de telemóveis	Nº de mulheres	Nº de homens	Total
0	75	20	95
1	310	298	608
2	(a)	(b)	(c)
3	30	62	92
4	5	8	13



(0,75) a) Determine os valores de (a), (b) e (c) utilizando a informação que consta no gráfico anterior.

(0,25) b) Considera adequado o gráfico apresentado? Justifique.

(0,50) c) Represente graficamente a distribuição do nº de telemóveis por entrevistado utilizando frequências relativas. Caso não tenha resolvido a alínea a) considere (c) =192.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 1 (cont.)

d) Comente, justificando, a veracidade das seguintes afirmações:

(1,00) d₁) 'A distribuição do nº de telemóveis por entrevistado é assimétrica negativa';

(0,50) d₂) 'A amplitude do intervalo interquartis da distribuição do nº de telemóveis por entrevistado é de 1 telemóvel';

(0,50) d₃) 'Pelo menos $\frac{3}{4}$ das mulheres entrevistadas têm no máximo 1 telemóvel'.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 2

[2,5 valores]

Pretende-se estimar a procura diária (em dezenas de kg) de determinado bem alimentar. O preço (em euros por kg) a que esse bem alimentar é comercializado é uma variável a ter em conta na estimação daquela procura.

Para tal foram recolhidos dados sobre quantidades diárias procuradas e respetivos preços no MARL (Mercado Abastecedor da Região de Lisboa) referentes a uma amostra de 30 dias. A aplicação do modelo de regressão linear simples (MRLS) conduziu aos seguintes resultados:

$$\sum_{i=1}^{30} X_i = 83,9 \qquad \sum_{i=1}^{30} Y_i = 12.257 \qquad \sum_{i=1}^{30} X_i Y_i = 32.920$$

$$\sum_{i=1}^{30} (X_i - \bar{X})^2 = 9,53 \qquad \sum_{i=1}^{30} Y_i^2 = 5.230.637$$

- (1,00) a) Estime os coeficientes de regressão e interprete o seu significado económico.
- (1,00) b) Indique uma estimativa para a quantidade procurada daquele bem alimentar, num dia em que o preço é de 4 euros/kg. Considera credível a estimativa a que chegou? Justifique adequadamente a sua resposta.
- (0,50) c) Calcule o coeficiente de correlação linear e interprete-o.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 3

[4 valores]

Uma agência de viagens realizou um inquérito sobre a qualidade dos serviços que presta a mais de 5000 clientes que tem em carteira.

De entre os resultados obtidos no âmbito do tratamento do inquérito relevem-se os seguintes:

- 25% e 15% dos clientes declararam, respetivamente, ter ficado muito satisfeitos e insatisfeitos com os serviços prestados;
- De entre os clientes que ficaram satisfeitos com os serviços prestados, 60% são homens;
- Dos clientes do género masculino, 75% ficaram satisfeitos e apenas 9,375% declararam insatisfação com os serviços prestados;
- Dos clientes que declararam ter ficado insatisfeitos, 70% são mulheres.

(2,00) a) Qual a probabilidade de um cliente, escolhido ao acaso, ser do sexo masculino?

(1,00) b) Sabendo que determinado cliente é do sexo masculino, qual a probabilidade de ter declarado estar muito satisfeito com os serviços da agência?

(1,00) c) Determinado cliente declarou estar muito satisfeito com os serviços prestados pela agência. Qual a probabilidade de esse cliente ser do sexo feminino?

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 3 (cont.)

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 4

[4,5 valores]

4.1. A procura diária de determinado produto (em milhares de toneladas) é uma variável aleatória com a seguinte função de distribuição:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x^2(3 - 2x) & 0 \leq x < 1 \\ k & x \geq 1 \end{cases}$$

(0,25) a) Qual o valor de k? Justifique a sua resposta.

(0,50) b) Qual a probabilidade de, em certo dia, a procura daquele produto exceder os 500 quilos?

(0,25) c) Qual a procura diária mediana?

(0,50) d) Determine a respetiva função de densidade de probabilidade $f(x)$.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 4 (cont.)

4.2. Considere a variável aleatória bidimensional (X, Y) em que X indica o nº de automóveis vendidos diariamente num concessionário da WXMV e Y corresponde à cilindrada do automóvel (0 se for inferior a 1500c.c. e 1 se for igual ou superior a 1500c.c.).

(1,25) a) Com base nas informações seguintes, complete o quadro que representa a função de probabilidade conjunta $f(x, y)$ justificando adequadamente a sua resposta:

- 25% dos automóveis vendidos diariamente têm cilindrada inferior a 1500c.c.;
- $f_x(2) = 0,25$ e $f_x(3) = 0,15$;
- $f(y = 1 / x = 2) = 0,80$.

	X	1	2	3
Y				
0		0,10	b	d
1		a	c	e

(0,25) b) Qual o número médio de automóveis vendidos diariamente? [Se não conseguiu resolver a alínea anterior admita: $a=0,5$, $(b + c) = 0,25$, $(d + e) = 0,15$].

(0,75) c) Calcule $COV[X, Y]$ e interprete o seu significado.

(0,75) d) Para os automóveis de cilindrada igual ou superior a 1500c.c. qual o número mais provável de automóveis vendidos diariamente?

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 5

[3,5 valores]

A procura semanal de varinhas mágicas numa loja de eletrodomésticos segue uma lei de Poisson com média 6.

- (0,75) a) Qual a probabilidade de nesta semana serem procuradas mais de 14 varinhas mágicas, sabendo que, na semana passada, foram procuradas (e vendidas) 12 varinhas mágicas?
- (0,50) b) Qual o nº de varinhas mágicas que a loja deve encomendar por semana para que a probabilidade de rutura de stocks não ultrapasse os 2%?
- (1,25) c) Suponha que a probabilidade de rutura de stocks (semanal) é de 0,025. Calcule a probabilidade de, em 52 semanas, se verificarem 8 semanas com rutura de stock.

As varinhas mágicas são produzidas numa unidade fabril e o fabrico de cada varinha exige a passagem por 3 zonas distintas (A,B e C) de uma linha de montagem.

O tempo de trabalho para o fabrico de uma varinha mágica em cada uma daquelas 3 zonas da linha de montagem é uma variável aleatória com distribuição normal de tempos médios de 60, 45 e 25 minutos, respetivamente e variâncias de 25, 16 e 9 minutos², respetivamente.

- (0,25) d) Qual a probabilidade de o tempo de trabalho na zona A exceder os 65 minutos?
- (0,75) e) Calcule a probabilidade de o tempo de trabalho necessário ao fabrico de uma varinha mágica ultrapassar as 2 horas e meia? Justifique adequadamente a sua resposta.

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 5 (cont.)

NOME: _____

Nº Aluno(a): _____

QUESTÃO 6

[2,0 valores]

Para cada uma das questões seguintes existe apenas uma resposta correta. Assinale essa resposta com uma cruz, justificando adequadamente a sua escolha.

(0,50) **6.1.** Considere X e Y duas variáveis aleatórias com $VAR(X) = 100$ e $VAR(Y) = 4$. Seja $T = X + 4Y$ sendo que $VAR(T) = 244$. Então o valor de $COV(X, Y)$ é:

- a) 0;
- b) 5;
- c) 10;
- d) Nenhuma das respostas anteriores está correta.

(0,75) **6.2.** A variável aleatória X tem a seguinte função de probabilidade:

$$f(x) = \frac{4!}{(4-x)!x!} 0,5^x \cdot 0,5^{(4-x)} \quad \text{com } x = 0, 1, 2, 3, 4$$

Então, a moda desta distribuição é:

- a) 2;
- b) 3;
- c) 4;
- d) Nenhuma das respostas anteriores está correta.

(0,75) **6.3.** O tempo (em minutos) entre a chegada de dois comboios a uma estação de metropolitano é uma variável aleatória Y com distribuição exponencial com tempo médio de espera de 2 minutos. Então a função de densidade de probabilidade de Y para valores de y entre 0 e $+\infty$ é dada pela seguinte função:

- a) $f(y) = 2 \cdot e^{-y}$
- b) $f(y) = 2 \cdot e^{-2y}$
- c) $f(y) = 0,5 \cdot e^{-0,5y}$
- d) Nenhuma das respostas anteriores está correta.