# Variáveis Aleatórias

## 1. Variáveis aleatórias (X, Y, Z, …)

Nem todas as experiências aleatórias têm resultados numéricos ... Mas podemos construir uma correspondência entre os elementos do espaço de resultados e "números"

**Ex.: 1. Lançamento de uma moeda não viciada duas vezes.**

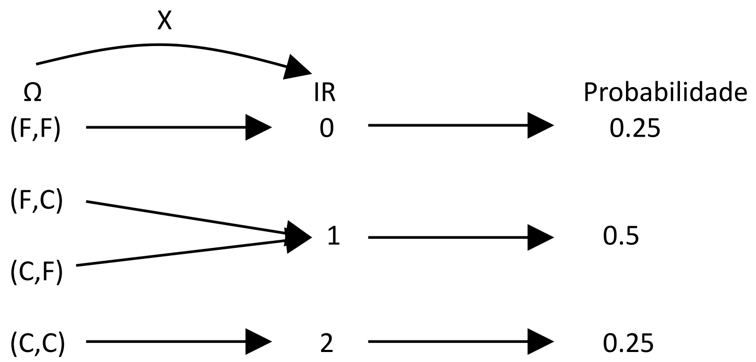
Se a variável aleatória é o número de faces em dois lançamentos, então:

i) Espaço de resultados (domínio): $\Omega = \{(F,F); (F,C); (C,F); (C,C)\}$

ii) X – Número de faces em dois lançamentos

iii) Contradomínio: $\{0, 1, 2\} \subset IR$

Uma variável aleatória é uma função...




**Ex.: 2. Lançamento de um dado duas vezes.**

Se a variável aleatória é o número de pintas em dois lançamentos de um dado, então:

i) Espaço de resultados (domínio): $\Omega = \{(1,1); (1,2); (1,3); \ldots (6,4); (6,5); (6,6)\}$

ii) X – o número total de pintas em dois lançamentos

iii) Contradomínio: $\{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\} \subset IR$

## 2. Variável aleatória discreta

Uma variável aleatória diz-se discreta se o seu contradomínio for um conjunto discreto (i.e. finito ou infinito numerável) de valores.

Ex.:

i) O número, x, dos próximos 3 clientes que entrarão numa loja e irão fazer uma compra. Aqui x pode assumir os valores 0, 1, 2 ou 3.

ii) A classificação, x, numa escala de 1 a 5 dada a 300 músicas por um ouvinte da rádio clássica. Aqui x pode assumir os valores 1, 2, 3, 4 ou 5.

iii) O número, x, dos maiores fogos em certa cidade no último mês. Aqui x pode assumir os valores 0, 1, 2, 3, etc. (não existe um número de fogos finito máximo).

### 2.1. Função de probabilidade [f(x)]

A função de probabilidade da v.a. discreta X, f(x), consiste na probabilidade associada a cada valor que a v.a. pode assumir.

$$f(x) = \begin{cases} P[X = x] & se\ x = x_j \\ 0 & se\ x \neq x_j \end{cases}$$

### 2.2. Propriedades da função de probabilidade [f(x)]

i) A função de probabilidade assume valores entre 0 e 1 (é uma probabilidade...)

$$0 \leq f(x) \leq 1$$

ii) A soma de f(x) para todos os $x_j$ é 1.

Sendo X uma v.a. discreta finita: $\sum_{j=1}^{n} f(x_j) = \sum_{j=1}^{n} P[X = x_j] = 1$

Sendo X uma v.a. discreta infinita, série convergente de soma 1:

$$\sum_{j=1}^{\infty} f(x_j) = \sum_{j=1}^{\infty} P[X = x_j] = 1$$

## 2.3. Função de distribuição de X, F(x)

$F(x) = P\,[X \leq x]$

Ex.: Lançamento de uma moeda duas vezes.

$F(0) = P\,[X \leq 0] = P\,[X = 0] = 0.25$

$F(1) = P\,[X \leq 1] = P\,[X = 0]+P\,[X = 1]$
$= 0.25 + 0.5 = 0.75$

$F(2) = P\,[X \leq 2]$
$= P\,[X \leq 1] + P[X = 2]$
$= 0.75 + 0.25 = 1$

Assim, e como F está definida em IR, temos,

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ 0.25 & 0 \leq x < 1 \\ 0.75 & 1 \leq x < 2 \\ 1 & x \geq 2 \end{cases}$$

## 2.4. Propriedades da função de distribuição de X, F(x)

i) $0 \leq F(x) \leq 1\,, \quad \forall\, x \in IR$

ii) $\forall x_1, x_2 \in IR$ com $x_1 < x_2$

$F(x_2) \geq F(x_1)$

iii) $\lim\limits_{x \to -\infty} F(x) = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} F(x) = 1$

iv) $\forall x_1, x_2 \in IR$ com $x_1 < x_2$, $P[x_1 < X \leq x_2] = F(x_2) - F(x_1)$