Parâmetros de Variáveis Aleatórias Discretas

1. **Valor esperado de X ("média de X")**

$$E[X] = \mu_x$$

Se X é v.a. discreta: $E[X] = \sum_i x_i f(x_i)$

2. **Variância de X**

$$\text{Var}[X] = \sigma^2_X = \sigma^2$$

$$\text{Var}[X] = E[(X - \mu)^2]$$

Se X é v.a. discreta: $Var[X] = \sum_i (x_i - \mu)^2 f(x_i)$

Em qualquer dos casos, a **variância de X** pode também ser definida como se segue:

$$\text{Var}[X] = E[(X - \mu)^2] = E[X^2] - (E[X])^2$$

onde: $E[X^2] = \sum_i x_i^2 f(x_i)$

3. **Desvio-padrão de X**

$$Var[X] = \sum_i (x_i - \mu)^2 f(x_i)$$

4. **Valor esperado de uma função de X, g(x)**

Em geral, podemos definir E[g(x)] como

$$E[g(X)] = \sum_i g(x_i) f(x_i)$$

5. Propriedades do valor esperado

Sendo X e Y duas v.a’s e k uma constante real,

- E[k] = k
- E[k X] = k E[X]
- E[X + Y] = E[X] + E[Y]
- E[XY] = E[X] E[Y], se X e Y forem independentes

Note-se que

$$E[XY] = \sum_x \sum_y x\, y\, f(x, y) \qquad \text{se X e Y são v.a's discretas}$$

6. Covariância

A covariância é uma medida da distribuição conjunta de X e Y, em termos dos desvios face às respectivas médias.

$$\text{Cov}(X,Y) = \sigma_{X,Y} = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)$$

Sendo o seu calculo dado por,

$$\text{Cov}[X,Y] = \sum_i \sum_j (x_i - \mu_X)(y_j - \mu_Y) f(x_i, y_j),$$

Desenvolvendo a expressão anterior, podemos obter a seguinte expressão simplifica:

$$\text{Cov}(X,Y) = E[\,XY\,] - E[X]\,E[Y]$$

A covariância descreve a relação linear ou ligação entre duas variáveis.

Se X e Y forem independentes então **Cov(X,Y) = 0**. Mas o contrário não é verdadeiro

7. **Coeficiente de correlação linear**

Para tornar o resultado da covariância independente das unidades de medida em que as variáveis estão expressas, calcula-se o coeficiente de correlação linear,

$$\rho_{XY} = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X)Var(Y)}} = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

O coeficiente de correlação linear varia entre -1 e 1

Se X e Y forem independentes então Cov(X,Y)=0. O recíproco não é válido.

De facto, a Cov(X,Y) pode ser nula e existir uma ligação não linear entre as variáveis e portanto elas não são independentes.

8. **Propriedades da variância e da covariância**

- Var(k) = 0
- Var (kX) = k^2 var(X)
- Var (X+Y) = var(X) + var(Y) + 2 cov(X,Y)
- Var (X–Y) = var(X) + var(Y) – 2 cov(X,Y)
- Se X e Y forem independentes, então Cov(X,Y) = 0
  (o recíproco não é verdadeiro)
- Se X é uma v.a. de média μ e variância σ^2, então a v.a. W = (X – μ)/ σ tem parâmetros E[W] = 0 e Var(W)=1