# Processo de Amostragem

# Distribuições Amostrais das Estatísticas mais Importantes

## ➢ Populações de Bernoulli

- Suponha que estamos a estudar uma população quanto à presença ou ausência de uma determinada característica ou propriedade, em cada indivíduo dessa população.

- Admita que essa característica se verifica na população com uma probabilidade **p**. Se ao observar o indivíduo verificarmos que tem a característica, anotamos 1 (sucesso), enquanto que se verificarmos que não tem a característica anotamos 0 (insucesso).

- A variável X, que representa a característica em análise, pode assumir o valor 1 ou 0, respectivamente com probabilidade p (probabilidade de sucesso) ou (1-p) (probabilidade de insucesso).

- Dado que a probabilidade **p** é normalmente desconhecida, então interessa conhecer as distribuições amostrais das estatísticas:

    - Soma de sucessos $(S_n)$

    - Proporção de sucessos $(\overline{X})$

### ✓ Distribuição amostral da estatística $S_n$

Se $S_n = X_1 + X_2 + \ldots + X_n$ é a soma de n variáveis aleatórias independentes retiradas de uma população de Bernoulli , então:

$$E\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right] = E[X_1 + X_2 + \ldots + X_n] = E[X_1] + E[X_2] + \ldots + E[X_n] = p + p + \ldots + p = np$$

$$Var\left[\sum_{i=1}^{n} X_i\right] = Var[X_1 + X_2 + \ldots + X_n] = Var[X_1] + Var[X_2] + \ldots + Var[X_n] = pq + pq + \ldots + pq = npq$$

A estatística $\sum_{i=1}^{n} X_i$ tem distribuição binomial, de parâmetros n e p.

Assim, a **distribuição amostral de $S_n$** é: $\sum_{i=1}^{n} X_i = S_n \cap bi(n;p)$

Quando n > 30, à luz do TLC, tem-se: $\dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i - np}{\sqrt{npq}} \overset{\bullet}{\cap} n(0;1)$

- ✓ **Distribuição amostral da estatística** $\overline{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n}$

$$E\left[\overline{X}\right] = E\left[\frac{X_1 + X_2 + ... + X_n}{n}\right] = \frac{1}{n}E\left[X_1 + X_2 + ... + X_n\right] = \frac{1}{n}np = p$$

$$Var\left[\overline{X}\right] = Var\left[\frac{X_1 + X_2 + ... + X_n}{n}\right] = \frac{1}{n^2}Var\left[X_1 + X_2 + ... + X_n\right] = \frac{1}{n^2}npq = \frac{pq}{n}$$

A **distribuição amostral de X** é: $\overline{X} \cap bi(n;p)$

Quando n > 30, à luz do T.L.C, tem-se: $\overline{X} \overset{\bullet}{\cap} n\left(\mu = p; \sigma = \sqrt{\dfrac{pq}{n}}\right)$

**Atenção:**

$$f(\overline{X}) = \begin{pmatrix} n \\ n\overline{x} \end{pmatrix} . p^{n\overline{x}} . (1-p)^{n-n\overline{x}}$$

porque

$$f(\overline{X}) = P\left[\overline{X} = \overline{x}\right] = P\left[\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \overline{x}\right] = P\left[\sum_{i=1}^{n} X_i = n\overline{x}\right]$$

## ➢ Populações Normais

Se ($X_1$, $X_2$, …, $X_n$) for uma amostra aleatória n, tal que $X_i \cap n(\mu;\sigma)$ , então:

- **Distribuição da média amostral** $(\overline{X})$ **quando a variância** $(\sigma^2)$ **é conhecida** (qualquer que seja a dimensão da amostra)

$$\overline{X} \cap n\left(\mu; \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \quad , \quad \text{ou seja} \quad \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \cap (0;1)$$

- **Distribuição da média amostral** $(\overline{X})$ **quando a variância** $(\sigma^2)$ **não é conhecida** (qualquer que seja a dimensão da amostra)

$$\frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S'}{\sqrt{n}}} \cap t_{(n-1)}$$

- **Distribuição da variância amostral ($S^2$)**

$$\frac{nS^2}{\sigma^2} \cap \chi^2_{(n-1)}$$

ou

$$\frac{(n-1)S'^2}{\sigma^2} \cap \chi^2_{(n-1)}$$

, se for dada a variância amostral corrigida $S'^2$

## ➢ População não normal quando a amostra é grande (n> 30)

Pelo Teorema de Limite Central:

- **Distribuição da média amostral** $(\overline{X})$ **quando a variância** $(\sigma^2)$ **é conhecida**

$$\overline{X} \overset{\circ}{\cap} n\left(\mu;\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) \quad \text{, ou seja} \quad \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \overset{\circ}{\cap} n(0;1)$$

- **Distribuição da média amostral** $(\overline{X})$ **quando a variância** $(\sigma^2)$ **não é conhecida**

$$\overline{X} \overset{\circ}{\cap} n\left(\mu;\frac{S}{\sqrt{n}}\right) \quad \text{, ou seja} \quad \frac{\overline{X}-\mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \overset{\circ}{\cap} n(0;1)$$