Novo Espaço – Matemática A 12.º ano

Proposta de Teste Intermédio [novembro 2014]

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

GRUPO I

• Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
• Escreve na tua folha de respostas apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que selecionares para responder a esse item.
• Não apresentes cálculos, nem justificações.
• Se apresentares mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

---

1. Seja $\Omega=\{a,b,c,d\}$ o espaço de resultados de uma experiência aleatória.

Sabe-se que $P(\{a\})=P(\{b\})=P(\{c\})$ e $P(\{c,d\})=0,6$.

Qual é o valor de $P(\{b,c\})$?

(A) $\frac{2}{5}$ **(B)** $\frac{3}{10}$ **(C)** $\frac{5}{4}$ **(D)** $\frac{4}{5}$

2. Um saco tem 15 bolas, sendo algumas brancas e as restantes azuis.
Retiram-se duas bolas, uma após a outra, sem reposição.
Sejam A e B os acontecimentos seguintes:
A: "a primeira bola extraída é azul"
B: "a segunda bola extraída é branca"

Sabe-se que $P\left(B|\overline{A}\right)=\frac{4}{7}$.

O número de bolas azuis que havia inicialmente no saco é:

(A) 9 **(B)** 7 **(C)** 6 **(D)** 8

3. Considera os conjuntos $A=\{1,2,3\}$ e $B=\{5,6,7,8\}$.

Qual é o número de funções de A em B que é possível definir, sendo 5 a imagem de 1?

(A) 16 **(B)** 6 **(C)** 12 **(D)** 64

4. Uma máquina produz peças circulares em que os diâmetros seguem, aproximadamente, uma distribuição normal, de valor médio 32 cm e desvio-padrão 2 mm.
Vai ser escolhida, ao acaso, uma dessas peças.

Considera o acontecimento.
T: "o diâmetro da peça é inferior *x* cm".
Sabe-se que $P(T)=0,72$.
Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

(A) $31,5<x<31,9$ **(B)** $32<x<32,2$ **(C)** $32,2<x<33$ **(D)** $30,2<x<32$

5. Considera a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, dois dos 20 alunos de uma turma.

Seja X a variável aleatória: "número de raparigas escolhidas"

Parte da tabela de distribuição de probabilidades da variável X é:

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{21}{38}$	a	b

Qual é o valor de a?

(A) $\frac{15}{38}$ **(B)** $\frac{1}{19}$ **(C)** $\frac{5}{19}$ **(D)** $\frac{13}{38}$

GRUPO II

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.
Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Sejam A e B dois acontecimentos de uma experiência aleatória em que o espaço amostral é Ω.

Sabe-se que:

. $P(A)=0,65$. $P(B)=0,4$. $P\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right)=0,74$

1.1. Os acontecimentos A e B são independentes? Justifica.

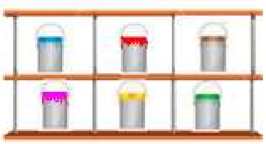
1.2. Determina a probabilidade de não se realizar o acontecimento A nem se realizar o acontecimento B. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

2. Num concurso há questões para três temas: Desporto, Cinema e Música.
No início do concurso foram colocadas numa tômbola 80 questões: 26 relacionadas com **desporto**, 30 sobre **música** e as restantes relacionadas com **cinema**.
O Carlos é o concorrente e sabe-se que:
. a probabilidade de o Carlos acertar numa questão sobre desporto é 40%;
. a probabilidade de acertar numa questão sobre cinema é 90%;
. a probabilidade de errar numa questão sobre música é 25%.

2.1. Retiram-se, ao acaso, sucessivamente, sem reposição, duas questões.
Determina a probabilidade de pelo menos uma das questões ser sobre desporto. Apresenta o resultado arredondado às milésimas.

2.2. A primeira questão foi retirada e o Carlos respondeu.
Determina a probabilidade de a questão ser sobre cinema, sabendo que o Carlos errou a resposta.
Apresenta o resultado em percentagem arredondado às unidades.

3. Na figura estão representadas seis latas de tinta de cores diferentes (verde, azul, vermelha, castanha, amarela e cor-de-rosa) distribuídas por duas prateleiras, ficando três latas em cada uma das prateleiras.
Determina o número de diferentes distribuições de modo que as latas de cor azul e de cor verde fiquem na mesma prateleira.



4. Numa linha do triângulo de Pascal o 8.º elemento e o 9.º elemento são iguais.
A cada um dos elementos dessa linha corresponde um número que foi escrito num cartão. Todos os cartões, tantos quanto o número de elementos dessa linha do triângulo de Pascal, foram colocados num saco.

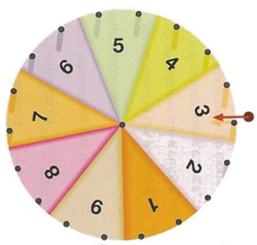
4.1. Do saco são retirados, ao acaso, dois cartões.
Determina a probabilidade de os cartões retirados terem números diferentes. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

4.2. Retoma o saco com todos os cartões e considera a experiência aleatória que consiste em retirar, ao acaso, três cartões.

Seja X a variável aleatória: “número de cartões retirados com o número 1”
Constrói a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória X.

5. Uma roleta está dividida em nove setores circular, geometricamente iguais, e numerados de 1 a 9.
Todos os números têm igual probabilidade de ocorrer, sempre que a roleta é posta em movimento.

São efetuadas quatro jogadas consecutivas e com a sequência de resultados regista-se um número de quatro algarismos, sendo o das unidades o último resultado.
Sejam A, B e C os acontecimentos seguintes:



A: “o número registado é múltiplo de 3”
B: “o número registado é uma capicua”
C: “o número registado é múltiplo de 5”

Elabora uma composição na qual indiques o valor de $P\left(A \middle| \left(B \cap C\right)\right)$ sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada.
Na resposta, explica o significado de $P\left(A \middle| \left(B \cap C\right)\right)$ no contexto da situação descrita, explica o número de casos possíveis e o número de casos favoráveis e apresenta o valor de $P\left(A \middle| \left(B \cap C\right)\right)$.

FIM

Cotações									Total
Grupo I	1	2	3	4	5				
	10	10	10	10	10				50
Grupo II	1.1.	1.2.	2.1	2.2	3.	4.1	4.2	5.	
	15	15	20	20	20	20	20	20	150
									200

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

Comprimento de um arco de circunferência

αr (α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;* r – *raio*)

Áreas de figuras planas

Losango: $\dfrac{\textit{Diagonal maior} \times \textit{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\dfrac{\textit{Base maior} + \textit{Base menor}}{2} \times \textit{Altura}$

Polígono regular: $\textit{Semiperímetro} \times \textit{Apótema}$

Setor circular: $\dfrac{\alpha r^2}{2}$ (α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;* r – *raio*)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$

(r – *raio da base;* g – *geratriz*)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$

(r – *raio*)

Volumes

Pirâmide: $\dfrac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Cone: $\dfrac{1}{3} \times \textit{Área da base} \times \textit{Altura}$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$ (r – *raio*)

TRIGONOMETRIA

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\operatorname{tg}(a+b) = \dfrac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}$

COMPLEXOS

$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta)$

$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis} \dfrac{\theta + 2k\pi}{n}$

$(k \in \{0, \ldots, n-1\} \text{ e } n \in \mathbb{N})$

PROBABILIDADES

$\mu = p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n$

$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \ldots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

REGRAS DE DERIVAÇÃO

$(u+v)' = u' + v'$

$(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$

$(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u' \quad (n \in \mathbb{R})$

$(\sin u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \sin u$

$(\operatorname{tg} u)' = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u'\,e^u$

$(a^u)' = u'\,a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

LIMITES NOTÁVEIS

$\lim \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(x+1)}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{\ln x}{x} = 0$

$\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$