GRUPO I

1. $P\left(A|B\right)=0,25 \Leftrightarrow \dfrac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}=0,25 \Leftrightarrow P\left(A\cap B\right)=0,25\times P\left(B\right)$

$P\left(A\cup B\right)=0,8 \Leftrightarrow P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)=0,8 \Leftrightarrow 0,5+P\left(B\right)-0,25\times P\left(B\right)=0,8 \Leftrightarrow$

$0,75\times P\left(B\right)=0,3 \Leftrightarrow P\left(B\right)=0,4=\dfrac{2}{5}$

Resposta: (A)

2. $3!6!$ é o número de maneiras de os três rapazes alinharem consecutivamente.

$8!-3!6!=36000$

Resposta: (C)

3. Se a soma dos números é ímpar, então foram extraídas uma bola par e outra ímpar. Assim, o produto dos números é necessariamente par.

$P\left(B|A\right)=1$

Resposta: (D)

4. ${}^{2n}C_3+{}^{2n}C_{2n-3}+2\,{}^{2n}C_4=4760 \Leftrightarrow {}^{2n}C_3+{}^{2n}C_3+2\,{}^{2n}C_4=4760 \Leftrightarrow 2\,{}^{2n}C_3+2\,{}^{2n}C_4=4760 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\left({}^{2n}C_3+{}^{2n}C_4\right)=4760 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\,{}^{2n+1}C_4=4760 \Leftrightarrow {}^{2n+1}C_4=2380$

Resposta: (A)

5. $\mu=8,5$; $\sigma=0,25$

$\mu+\sigma=8,75$

$P\left(A\right)\approx\dfrac{1-0,6827}{2}$, ou seja, $P\left(A\right)\approx 0,1587$

$P\left(B\right)=0,5$

Então, $P\left(B\right)<P\left(\overline{A}\right)$.

Resposta: (C)

GRUPO II

1.1. 4! – é o número de maneiras de dispor o conjunto formado pelos copos amarelo, vermelho e azul, juntamente com os restantes copos.
2! – refere-se à permuta entre os copos vermelho e azul do conjunto referido.
$4!\times 2!=48$
Há 48 maneiras distintas de dispor os copos da forma referida.

1.2. A: "4 e só 4 palhinhas ficam em copos com cores iguais às respetivas palhinhas"
N.º de casos favoráveis: ${}^{6}C_4=15$
(Número de maneiras de selecionar os copos que têm as respetivas palhinhas; cada uma das outras palhinhas fica necessariamente no copo de cor diferente da sua.)
N.º de casos possíveis: $6!=720$

$$P(A)=\frac{15}{720}=\frac{1}{48}$$

2.1.
- N.º de retas definidas por um ponto de r e outro de s: $3\times 5=15$
- Reta r
- Reta s

No total, é possível definir 17 retas.

2.2. A: "Os pontos escolhidos são vértices do cubo"
B: "Os pontos escolhidos são vértices de um triângulo"
N.º de triângulos: ${}^{3}C_2\times 5+3\times {}^{5}C_2=15+30=45$
N.º de triângulos definidos pelos vértices A, B, C e D do cubo: ${}^{4}C_3=4$

$$P(A|B)=\frac{4}{45}$$

3. X: "Número de bolas brancas retiradas."
Seja n o número de bolas brancas existentes no saco.
Sabe-se que $n\in\{3,4,5,6\}$.

$$P(X=3)=0,2 \Leftrightarrow \frac{{}^{n}C_3}{{}^{6}C_3}=0,2 \Leftrightarrow \frac{{}^{n}C_3}{20}=0,2 \Leftrightarrow {}^{n}C_3=4$$

Observando as primeiras linhas do triângulo de Pascal, identifica-se $n=4$.
Há 4 bolas brancas no saco e 2 pretas.

$$P(X=1)=\frac{{}^{4}C_1\times {}^{2}C_2}{{}^{6}C_3}=\frac{4\times 1}{20}=\frac{1}{5}$$

$$P(X=2)=\frac{{}^{4}C_2\times {}^{2}C_1}{{}^{6}C_3}=\frac{6\times 2}{20}=\frac{3}{5}$$

x_i	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$

4.1. Pretende-se mostrar que $P(A)=P(\overline{B})\times P(A|\overline{B})+P(B\cap A)$.

Sabe-se que:

$$P(A)=P(\overline{B})\times P(A|\overline{B})+P(B\cap A) \Leftrightarrow P(A)=P(\overline{B})\times\frac{P(A\cap\overline{B})}{P(\overline{B})}+P(B\cap A) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(A)=P(A\cap\overline{B})+P(B\cap A)$$

Uma vez que B e $\overline{B}$ são disjuntos, $A\cap\overline{B}$ e $B\cap A$ também são. Então tem-se:

$$P(A)=P\left[(A\cap\overline{B})\cup(B\cap A)\right]\Leftrightarrow P(A)=P\left[A\cap(\overline{B}\cup B)\right] \Leftrightarrow$$

$P(A)=P(A\cap\Omega) \Leftrightarrow P(A)=P(A)$. Provou-se que $P(A)=P(\overline{B})\times P(A|\overline{B})+P(B\cap A)$.

4.2. Considerem-se os acontecimentos:

A: "Colaborador do setor da Administração"

B: "Colaborador homem"

Sabe-se que:

$P(\overline{B})=0{,}35$; $P(B)=0{,}65$;

$P(A|\overline{B})=0{,}2$

$P(A)=0{,}1$

Da igualdade anterior, tem-se: $P(A)=P(\overline{B})\times P(A|\overline{B})+P(B\cap A)$

$0{,}1=0{,}35\times 0{,}2+P(B\cap A) \Leftrightarrow P(B\cap A)=0{,}03$

A probabilidade de, ao escolher ao acaso um colaborador da empresa, este ser homem do setor da Administração é de 0,03, ou seja, 3%.

5.1. *A*: "Ocorrer face A num lançamento"

B: "Ocorrer face B num lançamento"

C: "Ocorrer as duas faces em dois lançamentos"

$P(B)>P(A)$

Seja $P(A)=x$.

$$P(C)=\frac{3}{8} \Leftrightarrow 2x(1-x)=\frac{3}{8} \Leftrightarrow 2x-2x^2=\frac{3}{8} \Leftrightarrow 16x^2-16x+3=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{4} \vee x=\frac{3}{4}$$

Como $P(B)>P(A)$, tem-se $P(A)=\frac{1}{4}$ e $P(B)=\frac{3}{4}$.

5.2. *X*: "N.º de vezes que ocorre *A* em 5 lançamentos"

$P(A)=\frac{1}{4}$

$$P(X=2)={}^5C_2\times\left(\frac{1}{4}\right)^2\times\left(\frac{3}{4}\right)^3=10\times\frac{1}{16}\times\frac{27}{64}=0{,}264$$

6. Considere-se a resposta I: ${}^{3}C_{2} \times \frac{8!}{3! \times 3! \times 2!}$

Como se trata da disposição de apenas 8 das 9 chávenas, escolhem-se duas das três cores das quais se consideram todas as chávenas. Há ${}^{3}C_{2}$ maneiras de fazer essa seleção.

Em seguida, consideram-se as permutações das 8 chávenas atendendo à repetição das cores, isto é, dividindo pelas permutações da mesma cor (permutações repetidas).
Considere-se a resposta II: ${}^{3}C_{2} \times {}^{8}C_{3} \times {}^{5}C_{3}$.
Neste caso, escolhem-se, da mesma forma, duas das três cores das quais se consideram todas as chávenas (${}^{3}C_{2}$). Das 8 posições para a disposição das chávenas, há ${}^{8}C_{3}$ maneiras de dispor as chávenas de uma das cores escolhidas, restando ${}^{5}C_{3}$ maneiras de dispor as três chávenas da outra cor escolhida. As duas chávenas da terceira cor ficam nas posições sobrantes.