Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- Para cada resposta, identifica o grupo e o item.
- Apresenta as tuas respostas de forma legível.
- Apresenta apenas uma resposta para cada item.
- A prova inclui um formulário.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

GRUPO I

Na resposta aos itens deste grupo, seleciona a opção correta. Escreve, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Seja Ω, conjunto finito, o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória.

Sejam *A* e *B* dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Sabe-se que:

- $P(A \cup B) = 0{,}8$
- $P(A|B) = 0{,}25$
- $P(A) = 0{,}5$

Qual é o valor de $P(B)$?

(A) $\frac{2}{5}$ **(B)** $\frac{1}{10}$

(C) $\frac{3}{5}$ **(D)** $\frac{3}{10}$

2. Numa escola, oito jovens, cinco raparigas e três rapazes, vão participar na festa de Natal. Cada um tem um poema para recitar.

De quantas maneiras pode ser feito o alinhamento dos poemas de modo que os três rapazes não estejam em ordens consecutivas?

(A) 39 600 **(B)** 4320

(C) 36 000 **(D)** 25 920

3. Um saco contém n bolas numeradas de 1 a n.

Considera a experiência aleatória que consiste em retirar duas bolas e registar os respetivos números.

Sejam A e B os seguintes acontecimentos:
A: "A soma dos números é ímpar."
B: "O produto dos números é par."

Qual é o valor de $P(B|A)$?

(A) 0 **(B)** 0,5

(C) 0,25 **(D)** 1

4. Sabe-se que ${}^{2n}C_3 + {}^{2n}C_{2n-3} + 2\,{}^{2n}C_4 = 4760$.

Podes concluir que ${}^{2n+1}C_4$ é igual a:

(A) 2380 **(B)** 4760

(C) 9520 **(D)** 4761

5. Uma máquina produz peças circulares, cujos diâmetros, em centímetros, seguem, aproximadamente, uma distribuição normal de valor médio $8{,}5$ e desvio-padrão $0{,}25$.

Vai ser escolhida, ao acaso, uma dessas peças.
Considera os acontecimentos:
A: "O diâmetro da peça é superior a 8,75."
B: "O raio da peça é inferior a 4,25."

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) $P(A) > P(B)$ **(B)** $P(\overline{A}) < P(\overline{B})$

(C) $P(B) < P(\overline{A})$ **(D)** $P(A) + P(B) > 0{,}75$

GRUPO II

Na resposta aos itens deste grupo apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

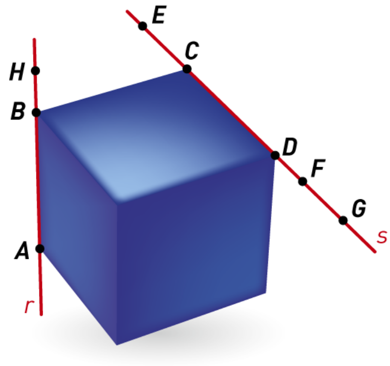
1. Na figura estão representados seis copos de cores distintas e seis palhinhas com cores iguais às dos copos.

1.1. De quantas maneiras diferentes se podem colocar, lado a lado, os seis copos de modo que os copos amarelo, vermelho e azul fiquem juntos, ficando o copo amarelo entre os outros dois?

1.2. Admite que as palhinhas são distribuídas, ao acaso, uma por cada copo.

Qual é a probabilidade de quatro e só quatro ficarem em copos com cores iguais à das respetivas palhinhas?

2. Na figura está representado um cubo, duas retas r e s e oito pontos A, B, C, D, E, F, G e H.



Sabe-se que:

- os pontos A, B, C e D são vértices do cubo;
- os pontos A, B e H pertencem à reta r;
- os pontos C, D, E, F e G pertencem à reta s.

2.1. Determina o número de retas que é possível definir com os oitos pontos.

2.2. Escolhem-se ao acaso três dos oito pontos.

Determina a probabilidade de os três pontos escolhidos serem vértices do cubo, sabendo que são vértices de um triângulo.

3. Numa caixa há 6 bolas, umas são pretas e as restantes brancas.

Considera a experiência aleatória que consiste em escolher, ao acaso, três bolas e registar o número de bolas retiradas de cada cor.

Seja *X* a variável aleatória: "Número de bolas bancas retiradas"

Sabe-se que a probabilidade de retirar exatamente três bolas brancas é 20%.

Constrói a tabela de distribuição de probabilidades da variável *X*. Apresenta as probabilidades na forma de fração irredutível.

4. Seja Ω, conjunto finito, associado a uma dada experiência aleatória.

Sejam *A* e *B* dois acontecimentos possíveis $(A \subset \Omega \text{ e } B \subset \Omega)$.

4.1. Mostra que $P(A) = P(\overline{B}) \times P(A|\overline{B}) + P(B \cap A)$.

4.2. Numa empresa 10% dos colaboradores têm cargos no setor da Administração.

Sabe-se que 35% dos colaboradores da empresa são mulheres e destas 20% exercem funções no setor da Administração.

Qual é a probabilidade de, ao escolher ao acaso um colaborador da empresa, este ser homem do setor da Administração?

Sugestão: Podes aplicar a igualdade apresentada em 4.1., identificando os respetivos acontecimentos.

5. Uma das faces de uma moeda tem a letra A e a outra tem a letra B.
Sabe-se que:

- no lançamento da moeda a probabilidade de ocorrer a face B é maior do que a probabilidade de ocorrer a face A;
- em dois lançamentos a probabilidade de ocorrer as duas faces é $\frac{3}{8}$.

5.1. Mostra que ao lançar a moeda a probabilidade de ocorrer a face B é $\frac{3}{4}$.

5.2. Atendendo ao resultado estabelecido em 5.1., determina a probabilidade de ocorrer a face A exatamente duas vezes numa sequência de cinco lançamentos da moeda. Apresenta o resultado arredondado às milésimas.

6. Considera o problema seguinte:

"A Joana tem nove chávenas de café: três vermelhas, três verdes e três azuis.

Vai dispor oito dessas nove chávenas em linha sobre um balcão, como se exemplifica a seguir.

Quantas sequências diferentes, atendendo à cor, é possível formar?"

Apresentam-se, em seguida, duas respostas corretas:

I: $^{3}C_{2} \times \dfrac{8!}{3! \times 3! \times 2!}$ **II:** $^{3}C_{2} \times {}^{8}C_{3} \times {}^{5}C_{3}$

Numa composição, apresenta o raciocínio que conduz a cada uma dessas respostas.

FIM

Cotações											**Totais**
Grupo I	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**						
	8	8	8	8	8						**40**
Grupo II	**1.1.**	**1.2.**	**2.1.**	**2.2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.**	
	15	15	15	15	20	15	15	15	15	20	**160**
											200

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

Comprimento de um arco de circunferência

αr

(α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;*
r – raio)

Áreas de figuras planas

Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$

Setor circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$ (α *– amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio*)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$
(*r – raio da base; g – geratriz*)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$
(*r – raio*)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Cone: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (*r – raio*)

PROGRESSÕES

Soma dos *n* primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

TRIGONOMETRIA

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\operatorname{tg}(a+b) = \frac{\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b}{1 - \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b}$

COMPLEXOS

$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta)$

$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$

$(k \in \{0, \ldots, n-1\} \text{ e } n \in \mathbb{N})$

PROBABILIDADES

$\mu = p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n$

$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \ldots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0,9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0,9973$

REGRAS DE DERIVAÇÃO

$(u+v)' = u' + v'$

$(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$

$(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u' \quad (n \in \mathbb{R})$

$(\sin u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \sin u$

$(\operatorname{tg} u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u'\,e^u$

$(a^u)' = u'\,a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

LIMITES NOTÁVEIS

$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$