Porto Editora

Cotações											Totais
Grupo I	1.	2.	3.	4.	5.						
	8	8	8	8	8						40
Grupo II	1.1.	1.2.	2.1.1	2.1.2.	2.2	3.	4.1	4.2	5.1	5.2	
	15	15	15	15	20	15	15	15	15	20	160
											200

GRUPO I

1. $P(A)=1-P(\overline{A})=1-0,75=0,25$

$P(B)=1-P(\overline{B})=1-0,55=0,45$

Como $(B\cap\overline{A})\cup(B\cap A)=B$ e $B\cap\overline{A}$ e $B\cap A$ são disjuntos, tem-se:

$P(B\cap\overline{A})+P(B\cap A)=P(B) \Leftrightarrow 0,3+P(B\cap A)=0,45 \Leftrightarrow P(B\cap A)=0,15$

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{0,15}{0,25}=\frac{3}{5}$$

Opção (A)

2. $\frac{(n+2)!}{(n+1)!}=\frac{k}{p} \Leftrightarrow \frac{(n+2)(n+1)!}{(n+1)!}=\frac{k}{p} \Leftrightarrow n+2=\frac{k}{p} \Leftrightarrow n=\frac{k-2p}{p}$

Opção (C)

3. $P(R)=1-P(\overline{R})=1-\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$

Se Q e R são dois acontecimentos incompatíveis mas não contrários, $P(R\cup Q)<1$.

$P(R)+P(Q)<1 \Leftrightarrow P(Q)<1-\frac{3}{4} \Leftrightarrow P(Q)<\frac{1}{4}$

Opção (D)

4. Considere-se a linha *n.*

$$^{n}C_{n-2}+n+1=862 \Leftrightarrow 1+n+{}^{n}C_{2}=862 \Leftrightarrow 1+n+\frac{n!}{(n-2)!2!}=862 \Leftrightarrow 2+2n+n(n-1)=1724$$

$$\Leftrightarrow n^{2}+n-1722=0 \Leftrightarrow n=41 \vee n=-42$$

Como $n\in\mathbb{N}$, então $n=41$.

$$1+41+{}^{41}C_{2}+{}^{41}C_{3}=862+{}^{41}C_{3}=862+10\ 660=11\ 522$$

Opção (B)

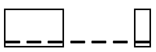
5. Se um dos vértices é o ponto P, são necessários mais dois pontos, sendo um de cada uma das retas para garantir que não são colineares.

O número de triângulos é ${}^{3}A_{1}\times{}^{2}A_{1}$.

Opção (C)

GRUPO II

1.

1.1. 

${}^{2}C_{1}$ – dois extremos para o guarda-chuva azul.

$4!$ – colocação do grupo de guarda-chuvas que ficam juntos e dos restantes guarda-chuvas sem restrições.

$3!$ – distribuição entre si dos três guarda-chuvas que formam o grupo-

Tem-se:

$${}^{2}C_{1}\times 4!\times 3! = 2\times 24\times 6=288$$

1.2. Seja A: "os guarda-chuvas azul e verde são atribuídos a dois dos três elementos referidos"

Número de casos possíveis: $7!$

Número de casos favoráveis: ${}^3A_2 \times 5!$

${}^3A_2$ – número de possibilidades de atribuir os guarda-chuvas azul e verde a dois dos três elementos.

$5!$ – permutações dos outros guarda-chuvas pelos restantes elementos.

$$P(A) = \frac{{}^3A_2 \times 5!}{7!} = \frac{6 \times 5!}{7!} = \frac{1}{7}$$

A probabilidade de atribuir os guarda-chuvas azul e verde a dois dos três elementos é $\frac{1}{7}$.

2.

2.1.1. Seja A: "obter produto igual a 4".

Número de casos possíveis: ${}^9C_3 = \frac{9!}{6! \times 3!} = 84$

Número de casos favoráveis : 2

O produto só é 4 nos seguintes casos: $1 \times 2 \times 2$ (uma bola com o número 1 e duas com o número 2)

$1 \times 1 \times 4$ (duas bolas com o número 1 e uma com o número 4)

$$P(A) = \frac{2}{84} = \frac{1}{42}$$

2.1.2. Sejam:

B: "sair uma bola com o número 4"

C: "o produto dos números das bolas retiradas é 8"

O produto dos números das bolas retiradas é 8 nos seguintes casos:

$1 \times 1 \times 8$ (duas bolas com o número 1 e uma com o número 8)

$2 \times 2 \times 2$ (três bolas com o número 2)

$1 \times 2 \times 4$ (uma bola com o número 1, outra com o número 2 e outra com o número 4)

Destes três casos, apenas um admite a saída de uma bola com o número 4.

Assim, $P(B|C) = \frac{1}{3}$.

2.2. Atendendo a que há nove posições para as bolas, pode pensar-se da seguinte forma:

- À partida, há sete posições a preencher.   4 _ _ _ _ _ _ _ 4
- ${}^7C_3$ – nº de possibilidades para a posição das bolas com o número 1
- ${}^4C_3$ – nº de possibilidades para a posição das bolas com o número 2
- A posição da bola com o número 8 fica definida $\left({}^1C_1 = 1\right)$.

Assim, o número de sequências distintas que se podem formar com os números das bolas, a começar e a acabar em 4, é ${}^7C_3 \times {}^4C_3$.

3. $P\left(B \cup \overline{A}\right) - P\left(\overline{B} \mid A\right) \times P\left(\overline{A}\right) =$

$$P(B) + P\left(\overline{A}\right) - P\left(B \cap \overline{A}\right) - \frac{P\left(\overline{B} \cap A\right)}{P(A)} \times P\left(\overline{A}\right) =$$

$$P(B) + P\left(\overline{A}\right) - \left(P(B) - P(A \cap B)\right) - \frac{P(A) - P(A \cap B)}{P(A)} \times P\left(\overline{A}\right) =$$

$$P(B) + P\left(\overline{A}\right) - P(B) + P(A \cap B) - \left(1 - \frac{P(A \cap B)}{P(A)}\right) \times P\left(\overline{A}\right) =$$

$$P\left(\overline{A}\right) + P(A \cap B) - P\left(\overline{A}\right) + \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \times P\left(\overline{A}\right) =$$

$$P(A \cap B) + \frac{P(A \cap B)}{P(A)} - P(A \cap B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B \mid A),$$ como queríamos demonstrar.

4.

4.1. Na caixa há 3 carros avariados e 5 não avariados.

Seja A: "apenas um carro está avariado na extração aleatória de três carros da caixa"

Número de casos possíveis: ${}^8C_3$

Número de casos favoráveis: ${}^3C_1 \times {}^5C_2$

$$P(A) = \frac{{}^3C_1 \times {}^5C_2}{{}^8C_3} = \frac{3 \times 10}{56} = \frac{15}{28}$$

4.2. Sejam:

B : "os dois primeiros carros não estão avariados"
C : "o terceiro carro está avariado"

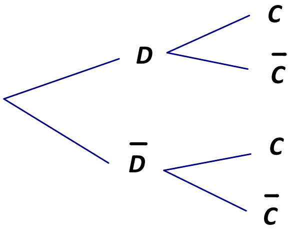
Se os dois primeiros carros que saíram não estão avariados, no momento da terceira extração há 3 carros avariados e 3 não avariados.

$$P(C|B)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

5.

5.1. Sejam:

D : "pratica desporto"
C : "almoça na cantina"



Sabe-se que $P(D)=\frac{3}{8}$, $P(\overline{D})=\frac{5}{8}$

$P(C|D)=0,4=\frac{2}{5}$ e $P(\overline{C}\cap\overline{D})=0,1=\frac{1}{10}$

$$P(D\cap C)=P(D)\times P(C|D)=P(D)=\frac{3}{8}\times\frac{2}{5}=\frac{3}{20}=0{,}15$$

A probabilidade de ser um funcionário que pratica desporto e almoça na cantina é 0,15.

5.2. $P(D|\overline{C})=\frac{P(D\cap\overline{C})}{P(\overline{C})}=\frac{P(D)\times P(\overline{C}|D)}{P(\overline{C})}$

Sabe-se que:

$$P(\overline{C}|D)=1-P(C|D)=\frac{3}{5}$$

$$P(\overline{C}\cap\overline{D})=\frac{1}{10}$$

$$P(D\cap\overline{C})=P(D)\times P(\overline{C}|D)=\frac{3}{8}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{40}$$

$$P(\overline{C})=P(D\cap\overline{C})+P(\overline{D}\cap\overline{C})=\frac{3}{8}\times\frac{3}{5}+\frac{1}{10}=\frac{9}{40}+\frac{1}{10}=\frac{13}{40}$$

Então, $P(D|\overline{C})=\frac{P(D\cap\overline{C})}{P(\overline{C})}=\frac{\frac{9}{40}}{\frac{13}{40}}=\frac{9}{13}$.

FIM