Cotações												Totais
Grupo I	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**							
	10	10	10	10	10							**50**
Grupo II	**1.1. a)**	**1.1. b)**	**1.2.**	**2.1.**	**2.2. a)**	**2.2. b)**	**2.3.**	**3.1. a)**	**3.1. b)**	**3.1. c)**	**3.2.**	
	15	15	15	15	10	15	10	10	15	15	15	**150**
												200

GRUPO I

1. Seja v o número de bolas vermelhas e n o número total de bolas.

A probabilidade de ambas serem vermelhas é dada por:

$\frac{v}{n}\times\frac{v}{n}=\frac{v^2}{n^2}$ (quociente entre dois quadrados perfeitos)

Dos valores apresentados, $\frac{4}{7}$ é o único que não resulta do quociente entre quadrados perfeitos.

Opção (A)

2. ${}^{n}C_2=4\times{}^{n}C_1 \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!}=4n \Leftrightarrow n(n-1)=8n \Leftrightarrow n^2-9n=0 \Leftrightarrow n=0 \vee n=9$

Se $n=9$, na linha seguinte $n=10$ (há 11 elementos).

O maior elementos da linha seguinte é ${}^{10}C_5=252$.

Opção (B)

3. $\left(x+\sqrt{x}\right)^{12}=\sum_{k=0}^{12}{}^{12}C_k x^{12-k}\left(\sqrt{x}\right)^k$

${}^{12}C_k x^{12-k}\left(\sqrt{x}\right)^k={}^{12}C_k x^{\frac{24-k}{2}}$

O termo de grau 9 resulta quando $\frac{24-k}{2}=9 \Leftrightarrow k=6$.

Se $k=6$, o termo pedido é $924x^9$.

Opção (D)

4.

. $P\left(\overline{R}\right)=0,48$

$P\left(R\right)=1-0,48=0,52$

. $P\left(R|S\right)=\frac{5}{11}$

$\frac{P\left(R\cap S\right)}{P\left(S\right)}=\frac{5}{11}\Leftrightarrow P\left(R\cap S\right)=\frac{5}{11}P\left(S\right)$

. $P\left(R\cup S\right)=0,85$

$P\left(R\right)+P\left(S\right)-P\left(R\cap S\right)=0,85$

$\Leftrightarrow 0,52+P\left(S\right)-\frac{5}{11}P\left(S\right)=0,85\Leftrightarrow \frac{6}{11}P\left(S\right)=0,33\Leftrightarrow P\left(S\right)=0,605$

Opção (B)

5. $f\left(0\right)=-25$

$\Leftrightarrow 7-8^{k-0}=-25\Leftrightarrow 8^{k}=32\Leftrightarrow 2^{3k}=2^{5}$

$3k=5\Leftrightarrow k=\frac{5}{3}$

Opção (A)

GRUPO II

1.1.

a) X : "valor absoluto da soma das coordenadas"

$A \to \ |2+3|=5$; $B \to \ |-1+4|=3$; $C \to \ |-5+2|=3$; $D \to \ |-3+1|=2$

$E \to \ |-2-1|=3$; $F \to \ |0-3|=3$; $G \to \ |2-5|=3$; $H \to \ |3+1|=4$

A variável aleatória pode tomar os valores 2 , 3 , 4 e 5

$P(X=2)=\frac{1}{8}$; $P(X=3)=\frac{5}{8}$; $P(X=4)=\frac{1}{8}$; $P(X=5)=\frac{1}{8}$

x_i	**2**	**3**	**4**	**5**
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

b) $P(X>3)=P(X=4)+P(X=5)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}=\frac{1}{4}$

Então, $P(X>3)=\frac{1}{4}$.

1.2. $P(M)=\frac{3}{8}$

Seja Y : "n.º de vezes que ocorre M em 5 extrações"

Trata-se de uma distribuição binomial $B\left(5, \frac{3}{8}\right)$.

$$P(Y \le 2)=P(Y=0)+P(Y=1)+P(Y=2) = {}^5C_0\left(\frac{5}{8}\right)^5 + {}^5C_1\left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{5}{8}\right)^4 + {}^5C_2\left(\frac{3}{8}\right)^2\left(\frac{5}{8}\right)^3 =$$

$$=\frac{5^5}{8^5}+5\times\frac{3\times 5^4}{8^5}+10\frac{3^2\times 5^3}{8^5}=\frac{3125+9375+11\,250}{32\,768}=0,72$$

$P(Y \le 2) \approx 0,72$

2.1. Seja A o acontecimento:

A: "O Pedro e a Joana não ficam juntos"

$P(A)=1-P(\overline{A})$

N.º de casos favoráveis a ficarem juntos: $2!\times 4!$

N.º de casos possíveis: $5!$

$P(\overline{A})=\frac{2!\times 4!}{5!}=\frac{48}{120}=0,4$

$P(A)=1-P(\overline{A})=1-0,4=0,6$, ou seja, 60%

A probabilidade de o Pedro e a Joana não ficarem juntos é de 60%.

2.2.

a) Considerem-se os acontecimentos:

L: "ser licenciado"

NL: "não licenciado"

H: "ser homem"

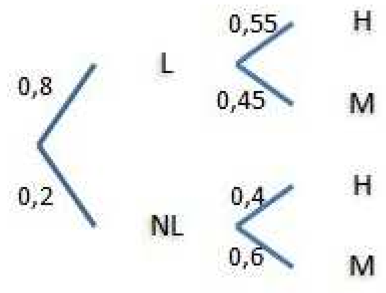
M: "ser mulher"

Sabe-se que:

$P(L)=0,8$

$P(H|NL)=0,4$

$P(M|L)=0,45$



Desta informação conclui-se que:

$P(H|L)=1-P(M|L)=1-0,45=0,55$

b) $P(L|M)=\dfrac{P(L\cap M)}{P(M)}=\dfrac{P(M|L)\times P(L)}{P(M)}=\dfrac{0,45\times 0,8}{P(M)}$

Mas $P(M)=P(L\cap M)+P(NL\cap M)=$ $0,8\times 0,45+0,2\times 0,6=0,36+0,12=0,48$

Então, $P(L|M)=\dfrac{0,45\times 0,8}{0,48}=\dfrac{3}{4}$.

2.3. Seja X a variável X: "Duração da entrevista, em minutos."

Sabe-se que $\overline{x}=20$ e $\sigma=5$

$P(X>25)=\dfrac{1-P(\overline{x}-\sigma\leq X\leq \overline{x}+\sigma)}{2}=\dfrac{1-P(15\leq X\leq 25)}{2}=\dfrac{1-0,6827}{2}=0,15865$

Então, $P(X>25)\approx 0,16$.

3.

3.1.

a) $B(0, g(0))$

$g(0)=24+3^{3-0}=51$

$B(0,\ 51)$

b) $f(x)=g(x)$

$\Leftrightarrow 3^{x+1}=24+3^{3-x} \Leftrightarrow 3\times 3^x-24-27\times 3^{-x}=0 \Leftrightarrow 3\times 3^x-\dfrac{27}{3^x}-24=0$

$3\times 3^{2x}-24\times 3^x-27=0 \Leftrightarrow 3^{2x}-8\times 3^x-9=0$

$3^x=\dfrac{8\pm\sqrt{64+36}}{2} \Leftrightarrow 3^x=9 \vee 3^x=-1$

$\Leftrightarrow 3^x=3^2 \Leftrightarrow x=2$

Assim, $A(2, f(2))$, ou seja, $A(2,\ 27)$.

c) $h(x)=\sqrt{3^{x+1}-3^{3-x}}$

$D_h=\{x\in\mathbb{R}:\ 3^{x+1}-3^{3-x}\geq 0\}$

$3^{x+1}-3^{3-x}\geq 0 \Leftrightarrow 3^{x+1}\geq 3^{3-x}\Leftrightarrow x+1\geq 3-x \Leftrightarrow 2x\geq 2\Leftrightarrow x\geq 1$

$D_h=[1,+\infty[$

3.2. Tem-se: $P(x,f(x))$, $Q(x,g(x))$

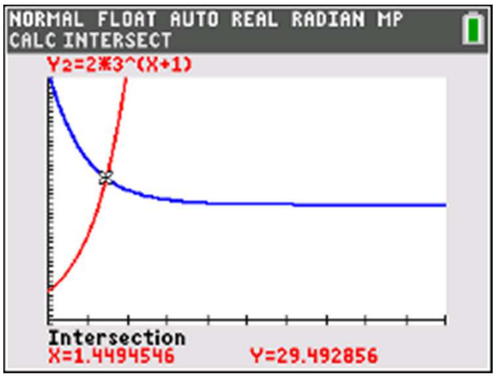
$$g(x)=2f(x) \quad\Leftrightarrow\quad 24+3^{3-x}=2\times 3^{x+1}$$

Na calculadora insere-se: $Y_1=24+3^{3-x}$ e $Y_2=2\times 3^{x+1}$.

Considera-se, por exemplo, a janela de visualização
x: [0, 10] e y: [0, 50]
Seja R o ponto de interseção dos gráficos de Y_1 e Y_2.

$R_x\approx 1{,}45$

A abcissa deste ponto corresponde à dos pontos P e Q.



FIM