Novo Espaço – Matemática A 12.º ano

Proposta de Teste **[novembro/dezembro 2016]**

Porto Editora

Nome: ____

Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ / ____ / ___

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- Para cada resposta, identifica o grupo e o item.
- Apresenta as tuas respostas de forma legível.
- Apresenta apenas uma resposta para cada item.
- A prova inclui um formulário.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

GRUPO I

Na resposta aos itens deste grupo, seleciona a opção correta. Escreve, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

---

1. Num saco há apenas bolas vermelhas e bolas pretas.

Considera a experiência aleatória que consiste em retirar sucesivamente, com reposição, duas bolas e verificar as respetivas cores.

Qual dos seguintes valores não pode ser a probabilidade de obter duas bolas vermelhas?

(A) $\frac{4}{7}$ **(B)** $\frac{1}{4}$ **(C)** $\frac{9}{49}$ **(D)** $\frac{4}{9}$

2. De uma certa linha do Triângulo de Pascal, sabe-se que o terceiro elemento é o quádruplo do segundo elemento.

O maior elemento da linha seguinte é:

(A) 126 **(B)** 252 **(C)** 462 **(D)** 210

3. O termo de grau 9 no desenvolvimento do Binómio de Newton de $\left(x+\sqrt{x}\right)^{12}$ é:

(A) $495x^9$ **(B)** $220x^9$ **(C)** $9x^9$ **(D)** $924x^9$

4. Seja Ω o espaço finito de resultados de uma certa experiência aleatória.

Sejam R e S dois acontecimentos ($R \subset \Omega$ e $S \subset \Omega$).

Sabendo que $P(\overline{R}) = 0{,}48$, $P(R \cup S) = 0{,}85$, $P(R|S) = \frac{5}{11}$, pode concluir-se que $P(S)$ é:

(A) 0,678 **(B)** 0,605 **(C)** 0,726 **(D)** 0,52

5. Considera a função *g* real de variável real tal que $f(x) = 7 - 8^{k-x}$, $k \in \mathbb{R}$.

O valor de k para o qual o gráfico da função interseta o eixo das ordenadas no ponto de ordenada -25 é:

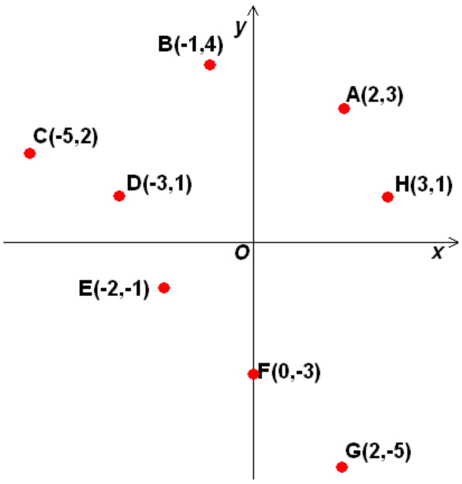
(A) $\frac{5}{3}$ **(B)** 5 **(C)** $\frac{9}{4}$ **(D)** $\frac{25}{8}$

GRUPO II

Na resposta aos itens deste grupo apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Na figura está representado um referencial ortonormado *Oxy* e nele assinalados oito pontos *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F*, *G* e *H* e as respetivas coordenadas.



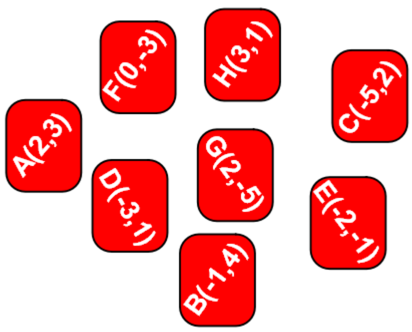
1.1. Dos oito pontos escolhe-se um ao acaso.

Seja *X* a variável aleatória: *valor absoluto da soma das coordenadas*.

a) Constrói a tabela de distribuição da variável aleatória *X*.

b) Determina $P(X > 3)$. Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

1.2. Cada um dos oitos pontos e respetivas coordenadas foi representado num cartão.



Esses oito cartões foram introduzidos num saco e retiraram-se sucessivamente, com reposição, cinco cartões.

Considera o acontecimento *M*: *o ponto pertence ao 2.º quadrante*.

Determina a probabilidade de o acontecimento *M* ocorrer no máximo duas vezes. Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

2. Uma empresa está a recrutar colaboradores para trabalhar numa nova filial.

No processo de recrutamento foram feitas entrevistas.

2.1. A Joana, o Pedro e mais três amigos candidataram-se.

Na sala de espera para a entrevista, os cinco amigos sentaram-se, ao acaso, em cinco cadeiras dispostas lado a lado.

Determina a probabilidade de o Pedro e a Joana não ficarem juntos.

Apresenta o resultado em percentagem.

2.2. Em relação aos candidatos entrevistados, sabe-se que:

- 80% são licenciados;
- 40% dos não licenciados são homens;
- 45% dos licenciados são mulheres.

Determina a probabilidade de um dos entrevistados, escolhido ao acaso, ser:

a) homem, sabendo que é licenciado;

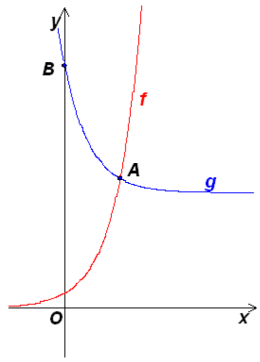
b) licenciado, sabendo que é mulher.

2.3. O tempo das entrevistas, em minutos, segue uma distribuição normal do tipo $N(20,5)$.

A Francisca é uma das candidatas. Determina a probabilidade de a entrevista da Francisca ter tido uma duração superior a 25 minutos. Apresenta o resultado arredondado às centésimas.

3. Na figura estão representadas graficamente as funções f e g, reais de variável real, definida por:

$f(x)=3^{x+1}$ e $g(x)=24+3^{3-x}$



- O ponto A é a interseção dos gráficos das duas funções.
- O ponto B é a interseção do gráfico de g com o eixo das ordenadas.

3.1. Determina:

a) as coordenadas do ponto B;

b) as coordenadas do ponto A;

c) o domínio da função h, sendo $h(x)=\sqrt{24+f(x)-g(x)}$.

3.2. Há dois pontos P e Q com abcissas iguais, tais que:

- P pertence ao gráfico de f;
- Q pertence ao gráfico de g;
- a ordenada de Q é o dobro da ordenada de P.

Recorre às capacidades gráficas da tua calculadora e determina a abcissa dos pontos P e Q. Apresenta o resultados arredondado às centésimas.

Reproduz na folha de teste o gráfico ou gráficos obtidos na calculadora, devidamente identificados,incluindo o referencial, a janela de visualização utilizada e o ponto ou pontos relevantes para obter a resposta.

FIM

Cotações												Totais
Grupo I	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**							
	10	10	10	10	10							**50**
Grupo II	**1.1. a)**	**1.1. b)**	**1.2.**	**2.1.**	**2.2. a)**	**2.2. b)**	**2.3.**	**3.1. a)**	**3.1. b)**	**3.1. c)**	**3.2.**	
	15	15	15	15	10	15	10	10	15	15	15	**150**
												200

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

Comprimento de um arco de circunferência

αr

(α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro;* r – *raio)*

<u>Áreas de figuras planas</u>

Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$

Setor circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio*)

<u>Áreas de superfícies</u>

Área lateral de um cone: $\pi r g$

(*r – raio da base; g – geratriz*)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$

(*r – raio*)

<u>Volumes</u>

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Cone: $\frac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (*r – raio*)

PROGRESSÕES

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n):

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1-r^n}{1-r}$

TRIGONOMETRIA

$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$

$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$

$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$

COMPLEXOS

$(\rho \operatorname{cis} \theta)^n = \rho^n \operatorname{cis}(n\theta)$

$\sqrt[n]{\rho \operatorname{cis} \theta} = \sqrt[n]{\rho} \operatorname{cis}\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)$

$(k \in \{0, \ldots, n-1\} \text{ e } n \in \mathbb{N})$

PROBABILIDADES

$\mu = p_1 x_1 + \ldots + p_n x_n$

$\sigma = \sqrt{p_1 (x_1 - \mu)^2 + \ldots + p_n (x_n - \mu)^2}$

Se X é $N(\mu, \sigma)$, então:

$P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0{,}6827$

$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$

$P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma) \approx 0{,}9973$

REGRAS DE DERIVAÇÃO

$(u+v)' = u' + v'$

$(u\,v)' = u'\,v + u\,v'$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'\,v - u\,v'}{v^2}$

$(u^n)' = n\,u^{n-1}\,u' \quad (n \in \mathbb{R})$

$(\sin u)' = u' \cos u$

$(\cos u)' = -u' \sin u$

$(\tan u)' = \frac{u'}{\cos^2 u}$

$(e^u)' = u'\,e^u$

$(a^u)' = u'\,a^u \ln a \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

$(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

$(\log_a u)' = \frac{u'}{u \ln a} \quad (a \in \mathbb{R}^+ \setminus \{1\})$

LIMITES NOTÁVEIS

$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \quad (n \in \mathbb{N})$

$\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim_{x \to 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

$\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty \quad (p \in \mathbb{R})$