



Nome: \_\_\_\_\_

Ano / Turma: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- Para cada resposta, identifica o grupo e o item.
- Apresenta as tuas respostas de forma legível.
- Apresenta apenas uma resposta para cada item.
- A prova inclui um formulário.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

### GRUPO I

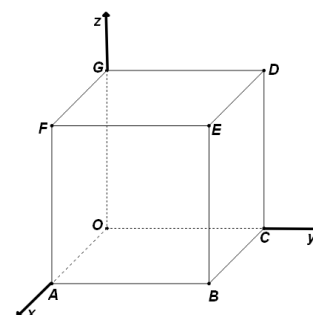
Na resposta aos itens deste grupo, seleciona a opção correta. Escreve, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Na figura, em referencial o. n.  $Oxyz$ , está representado um cubo.

Sabe-se que:

- a face  $[OABC]$  está contida no plano  $xOy$ ;
- o ponto  $E$  tem coordenadas  $(4, 4, 4)$ ;
- $\alpha$  é o plano mediador de  $[ED]$ .

Seja  $M$  o conjunto dos pontos de coordenadas inteiras que pertencem à interseção do plano  $\alpha$  com o cubo.



Quantos pontos do conjunto  $M$  têm as coordenadas todas diferentes?

- (A)  ${}^5A_3$                       (B)  ${}^4C_2$   
(C)  ${}^5C_3$                       (D)  ${}^4A_2$

2. Seja  $k$  um número real.

Sabe-se que  $6^{k-1} = 2^k$ .

Qual das seguintes expressões representa  $k$ ?

- (A)  $1 + \log_3 2$                       (B)  $2 + \log_6 3$   
(C)  $1 - \log_2 6$                       (D)  $3 + \log_3 6$



## GRUPO II

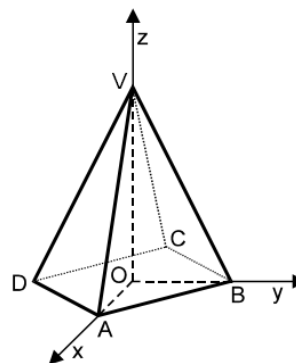
Na resposta aos itens deste grupo apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Na figura, em referencial o. n.  $Oxyz$ , está representada uma pirâmide quadrangular regular  $[ABCDV]$ .

Sabe-se que:

- os vértices  $A$  e  $C$  pertencem a  $Ox$ ;
- os vértices  $B$  e  $D$  pertencem a  $Oy$ ;
- o vértice  $V$  pertence a  $Oz$ ;
- a reta  $AV$  é definida por  $\frac{3-x}{6} = \frac{z-4}{8} \wedge y=0$ .



1.1. Determina as coordenadas do vértice  $A$ .

1.2. A interseção do plano definido pela equação  $z = 2$  com a pirâmide é um quadrado. Determina a área desse quadrado.

2. Considera a família de funções  $f$  de domínio  $\mathbb{R}$  definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{e^x - 1} + k & \text{se } x \neq 0 \\ k + 1 & \text{se } x = 0 \end{cases}, k \in \mathbb{R}$$

2.1. Mostra que qualquer função da família é contínua.

2.2. Considera a função da família em que  $k = 2$ .

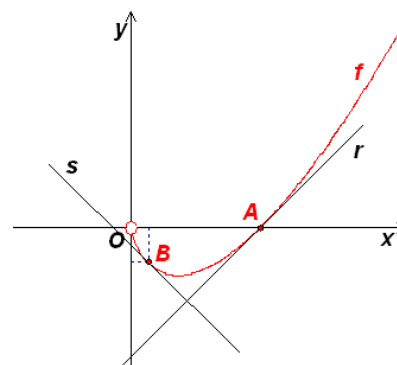
Determina, caso existam, as equações das assíntotas do gráfico de  $f$ .

3. Na figura, em referencial o.n.  $Oxy$ , está representada a função  $f$  de domínio  $\mathbb{R}^+$  definida por  $f(x) = x \ln(x) - x$ .

Sabe-se que:

- os pontos  $A$  e  $B$  pertencem ao gráfico de  $f$ ;
- a abcissa de  $A$  é zero da função;
- as retas  $r$  e  $s$  são perpendiculares e tangentes ao gráfico de  $f$ , respetivamente, nos pontos  $A$  e  $B$ .

Determina as coordenadas dos pontos  $A$  e  $B$ .



4. Considera a família de funções  $f$  definidas por:

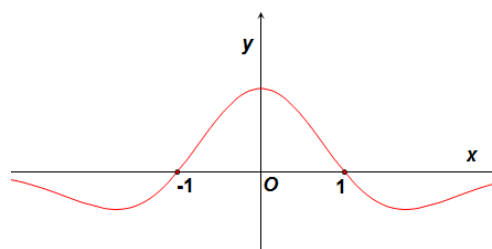
$$f(x) = (k - x^2) e^{-\frac{x^2}{2}}, k \in \mathbb{R}$$

4.1. Mostra que a reta  $y = 0$  é assíntota do gráfico de qualquer função da família.

4.2. Determina para que valores de  $k$  as derivadas das funções da família têm um único zero.

4.3. Na figura ao lado, está representada uma das funções da família. Os zeros desta função são  $-1$  e  $1$ .

Determina, por processos exclusivamente analíticos, as abcissas dos pontos que são extremos da função.



5. Um paraquedista salta de um helicóptero a uma distância do solo de 1200 metros.

Sabe-se que a distância do paraquedista ao solo,  $t$  segundos após a abertura do paraquedas, é dada em metros, por:

$$d(t) = 540 - 5t + 20e^{-1,5t}$$

5.1. Determina a distância percorrida, em queda livre, pelo paraquedista até à abertura do paraquedas.

5.2. Quando o paraquedista se encontrava a 500 metros do solo, ligou uma câmara de filmar e desligou-a quando a distância ao solo era de 100 metros.

Recorre às capacidades gráficas da calculadora e determina a duração do vídeo, apresentando o resultado em minutos e segundos, sendo os segundos arredondados às unidades.

Na resposta deves reproduzir o gráfico ou gráficos das funções que tiveres de visualizar, indicando os pontos relevantes para a resolução do problema.

**FIM**

Cotações											Totais
Grupo I	1.	2.	3.	4.	5.						
	8	8	8	8	8						40
Grupo II	1.1.	1.2.	2.1.	2.2.	3.	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	
	10	20	15	15	20	15	15	15	15	20	160
											200