GRUPO I

- Na resposta a cada um dos cinco itens deste grupo seleciona a **única** opção correta.
- Escreve na tua folha de respostas **apenas o número de cada item e a letra** que identifica a única opção escolhida.
- **Não apresentes cálculos nem justificações**.

1. Lançam-se simultaneamente três moedas equilibradas e anotam-se as faces voltadas para cima. Quantos elementos tem o espaço de acontecimentos desta experiência aleatória?

(A) 8 **(B)** 256 **(C)** 128 **(D)** 64

2. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos independentes ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).
Qual das afirmações seguintes é **necessariamente** verdadeira?

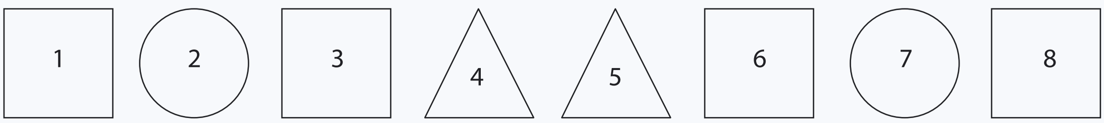
(A) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ **(B)** $P(A) + P(B) = 1$

(C) $A \cap B = \varnothing$ **(D)** $P(A|B) = P(A|\overline{B})$

3. A Xénia tem, na estante do seu quarto, vinte livros: nove romances, sete policiais e quatro de ficção científica. Pretende escolher dois desses vinte livros, de géneros diferentes para levar para férias. Quantas escolhas diferentes pode fazer?

(A) 380 **(B)** 254 **(C)** 127 **(D)** 108

4. Na figura estão representadas oito fichas de um jogo, numeradas de 1 a 8.



Escolhe-se, ao acaso, uma dessas oito fichas e o número nela inscrito. Considera os seguintes acontecimentos associados a esta experiência aleatória.

A: "o número da ficha escolhida é um número primo"

B: "a ficha escolhida é um círculo"

Qual é o valor da probabilidade condicionada $P(A|\overline{B})$?

(A) $\frac{1}{8}$ **(B)** $\frac{1}{3}$ **(C)** $\frac{2}{3}$ **(D)** $\frac{1}{2}$

5. De quantos modos se podem distribuir cinco bolas indistinguíveis em três caixas distintas, de modo que cada caixa contenha pelo menos uma bola?

(A) 2 **(B)** 4 **(C)** 8 **(D)** 6

GRUPO II

• Nas respostas aos itens deste grupo apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando **todos os cálculos** que tiveres de efetuar e **todas as justificações** necessárias.

Atenção: Quando, para um resultado não é pedida a aproximação, pretende-se sempre o **valor exato**.

1. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma certa experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos ($A \subset \Omega$ e $B \subset \Omega$).

1.1. Sabendo que $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = 0{,}4$ e $P(B) = 0{,}5$, determina o valor de $P(A \cap \overline{B})$.

1.2. Sabendo que:

• $P(A \cap B) = \dfrac{0{,}16}{P(\overline{A} \cup \overline{B})}$

• $P(A \cup B) = \dfrac{9}{4}P(A)$

• $P(B) = 0{,}7$

Determina $P(A)$.

2. Considera todos os números naturais de cinco algarismos.

Determina quantos destes números:

2.1. têm os algarismos todos diferentes;

2.2. não têm dois algarismos consecutivos iguais;

2.3. têm pelo menos quatro algarismos iguais;

2.4. são capicuas e a soma de todos os algarismos é ímpar.

3. Uma *password* de acesso a uma conta da Internet é composta por uma sequência de quatro algarismos e três letras (considera o alfabeto com 26 letras). A Ana esqueceu-se da sua *password* e só se lembra que:

• tem os algarismos e as letras todos diferentes;
• a sequência de algarismos começa por 4 e termina em 3;
• a soma dos quatro algarismos é ímpar;
• apenas contém uma vogal.

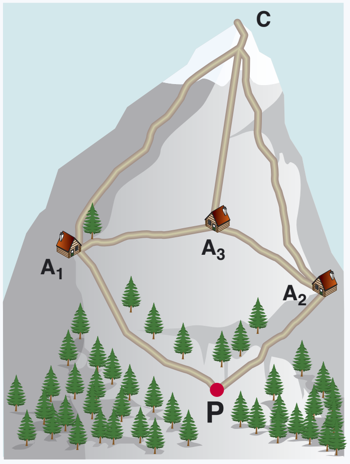
Ao experimentar, ao acaso, uma *password* nestas condições, qual é a probabilidade de acertar na *password* correta?

4. Seja Ω o espaço de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A, B e C três acontecimentos ($A \subset \Omega$, $B \subset \Omega$ e $C \subset \Omega$), tais que $A \neq \emptyset$ e B e C são acontecimentos incompatíveis. Prova que:

$$P((\overline{B} \cap \overline{C}) | A) + P(C | A) = P(\overline{B} | A)$$

5. Para alcançar o cume de uma montanha nos Alpes a partir de um ponto de partida P, os montanhistas têm a oportunidade de o fazer por vários percursos. Tendo, porém, necessariamente que passar uma noite num dos dois abrigos A_1 ou A_2.

Na manhã seguinte para chegar ao topo, têm duas opções: podem chegar ao topo, fazendo uma paragem no abrigo A_3 ou indo diretamente para o cume.



Sabe-se que a probabilidade de:

- os montanhistas escolherem dormir no abrigo A_1 é igual a $\frac{1}{3}$;
- subirem diretamente ao topo a partir de A_1 é igual a $\frac{1}{3}$;
- subirem diretamente ao topo a partir de A_2 é igual a $\frac{3}{4}$.

5.1. Determina a probabilidade de os montanhistas terem feito uma paragem no abrigo A_3.
Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

5.2. Determina a probabilidade de os montanhistas terem pernoitado no abrigo A_2 dado que no segundo dia subiram diretos ao cume.
Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

6. Representam-se a seguir as planificações de três dados cúbicos equilibrados, A, B e C.

		1	
−1	2	−2	0
		0	

Dado A

		1	
−1	1	1	1
		1	

Dado B

		1	
−1	−2	0	−2
		1	

Dado C

Lançam-se, simultaneamente, os três dados.

Considera que o número da face voltada para cima no dado A é a abcissa de um ponto P do referencial o.n. $Oxyz$ e que os números das faces voltadas para cima no dado B e no dado C são a ordenada e a cota desse ponto P, respetivamente.

Considera agora os acontecimentos:

R: "o número saído no dado A é positivo"

S: "o número saído no dado B é negativo"

T: "o ponto P pertence ao 1.º octante".

Indica o valor de $P(T|(R \cap \overline{S}))$, sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada. Apresenta o resultado na forma de fração.
Numa composição, explica o teu raciocínio, começando por referir o significado de $P(T|(R \cap \overline{S}))$ no contexto da situação descrita.

FIM

10.
10.1. $\frac{1}{6}$ **10.2.** $\frac{5}{12}$ **10.3.** $\frac{5}{12}$ **10.4.** $\frac{25}{36}$
10.5. $\frac{11}{36}$ **10.6.** $\frac{5}{18}$ **10.7.** $\frac{1}{6}$ **10.8.** $\frac{1}{2}$

11.
11.1. $\frac{3}{22}$ **11.2.** $\frac{13}{22}$ **11.3.** $\frac{7}{22}$ **11.4.** $\frac{5}{22}$

13.
13.1. $p=\frac{8}{53}$ **13.2.** $p=\frac{15}{53}$

14.
14.1. 120 **14.2. a)** 6 **b)** 24 **c)** 48

15. 328

17. $\frac{2}{3}$

18. Considerando *A*: "o jogador A ganha o jogo" e *B*: "o jogador B ganha o jogo", o torneio pode desenrolar-se de 14 maneiras diferentes: AA, BB, ABB, BAA, ABAA, BABB, ABABB, BABAA, ABABAA, BABABB, ABABABA, ABABABB, BABABAA e BABABAB.

19. (4, 8) e (8, 4)

20. $p=\frac{4}{9}$

21. 2048

22. 2350

23. $x(x-1)(x^2-3x+3)$

3. Definição axiomática de probabilidade. Probabilidade condicionada. Acontecimentos independentes

Itens de seleção – página 92

1. (C) **2.** (B) **3.** (A) **4.** (A) **5.** (D)
6. (C) **7.** (C) **8.** (B) **9.** (C) **10.** (B)
11. (A) **12.** (C) **13.** (C) **14.** (B) **15.** (D)

Itens de construção – página 95

1.
1.1. a) 0,1 **b)** 0,25 **c)** 0,3
1.2. Não são independentes.

3.
3.1. $\frac{8}{15}$ **3.2.** $\frac{7}{15}$ **3.3.** $\frac{3}{5}$ **3.4.** $\frac{2}{5}$
3.5. $\frac{9}{16}$

4.
4.1. 0,0012 **4.2.** 0,24

5.
5.1. $\frac{5}{9}$ **5.2.** $\frac{2}{9}$

8. $P(B|A)=\frac{3}{4}$

9. 0,75

12.
12.2. $P(\overline{A}\cup\overline{B})=40\%$

13.
13.2. $P(\overline{A}\cap B)=0{,}1$

14. $\frac{4}{25}$

15. $n=10$

16.
16.1. a) $\frac{1}{6}$ **b)** $\frac{5}{12}$ **16.2.** $\frac{2}{3}$
16.3. Não são independentes.

17.
17.1. $\frac{267}{880}$ **17.2.** $\frac{56}{89}$

18.
18.1. a) $\frac{7}{30}$ **b)** $\frac{67}{105}$ **18.2.** $\frac{49}{134}$

19.
19.1. 0,15 **19.2.** 77% **19.3.** $\frac{1}{5}$

20.
20.1. $\frac{1}{8}$ **20.2.** $\frac{3}{8}$ **20.3.** $\frac{8}{9}$

23.
23.1. $\frac{10}{69}$ **23.2.** $\frac{3}{253}$ **23.3.** $\frac{43}{138}$

24. 54%

25.
25.1. $\frac{5n-4}{n(n+1)}$ **25.2.** $\frac{16}{5n-4}$

26.
26.1. 0,030 **26.2.** 0,146 **26.3.** 0 **26.4.** 0,712

Teste 2 – página 101

Grupo I

1. (B) **2.** (D) **3.** (C) **4.** (B) **5.** (D)

Grupo II

1.
1.1. 0,1 **1.2.** 0,4

2.
2.1. 27 216 **2.2.** 59 049 **2.3.** 414 **2.4.** 450

3. $\frac{1}{151\,200}$

5.
5.1. $\frac{7}{18}$ **5.2.** $\frac{9}{11}$

6. $\frac{1}{3}$

Teste 3 – página 104

Grupo I

1. (B) **2.** (C) **3.** (C) **4.** (B) **5.** (A)

Grupo II

1.
1.1. $\frac{3}{4}$ **1.2.** $\frac{1}{8}$ **1.3.** $\frac{1}{3}$

2.
2.1. a) $\frac{1}{5}$ **b)** $\frac{3}{25}$ **2.2.** $\frac{7}{19}$

3. Nenhum dos dois irmãos tem razão.

4. É mais favorável a série A B A, pois a probabilidade de ganhar é $\frac{10}{27}$, enquanto que na outra série é $\frac{8}{27}$.

4. Análise combinatória. Triângulo de Pascal. Binómio de Newton

Itens de seleção – página 117

1. (B) **2.** (C) **3.** (D) **4.** (B) **5.** (A) **6.** (D)
7. (C) **8.** (D) **9.** (A) **10.** (A) **11.** (B) **12.** (A)
13. (A) **14.** (C) **15.** (C) **16.** (B) **17.** (C) **18.** (B)
19. (B) **20.** (C) **21.** (D) **22.** (B) **23.** (D) **24.** (C)
25. (C) **26.** (B) **27.** (A) **28.** (D) **29.** (B) **30.** (C)
31. (A) **32.** (D) **33.** (A) **34.** (B) **35.** (B)