www.esffranco.edu.pt
(2025/2026)

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 16

1.º Período 17/11/2025 Duração: 90 minutos

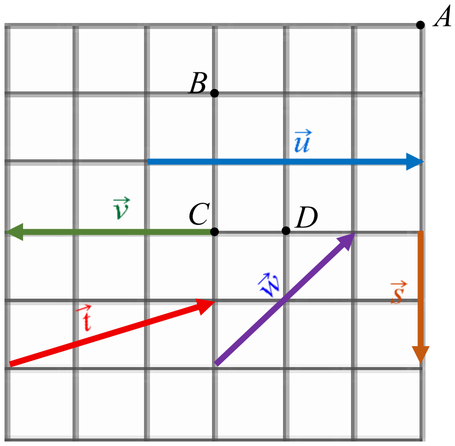
Nome: N.º:

Classificação: , O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Considera, na base quadriculada da figura, os pontos A, B, C e D e os vetores $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$, $\vec{t}$ e $\vec{s}$.



Completa o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.

Escreve, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

$\vec{v}+\vec{w}$ é igual a __**I**__ e $A-\vec{t}+\vec{s}$ é igual a __**II**__ .

Sabe-se que $\exists\, k\in\mathbb{R}:\ \vec{u}=k\vec{v}$, onde __**III**__ .

Supondo que o lado de cada quadrado na base quadriculada da figura mede uma unidade, logo o valor de $\|\vec{u}+\vec{t}\|$ é __**IV**__.

I	II	III	IV
a) $\overrightarrow{DB}$	**a)** D	**a)** $k=-\frac{3}{4}$;	**a)** $\sqrt{50}$
b) $\overrightarrow{BD}$	**b)** C	**b)** $k=\frac{4}{3}$;	**b)** $\sqrt{63}$
c) $\overrightarrow{CB}$	**c)** $-\frac{3}{2}\vec{w}$	**c)** $k=-\frac{4}{3}$.	**c)** 5

2. Considera, num referencial o.n. $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, os pontos $A(2,5)$, $B(-3,4)$ e $C(0,6)$ e os vetores $\vec{u}(-2,-4)$, $\vec{v}(8,-1)$ e $\vec{w}\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{16}\right)$.

2.1. Indica, justificando, se cada uma das afirmações I, II, III e IV é verdadeira ou falsa.

I. $\vec{u}-\overrightarrow{AB}=(-3,-5)$

II. $A+3\overrightarrow{BC}=(11,-11)$

III. $\|\vec{i}+\vec{u}+\vec{v}\|=\sqrt{106}$

IV. Os vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$ são colineares.

2.2. Determina as coordenadas de um vetor de norma $\sqrt{60}$, colinear a $\vec{u}$ e com o mesmo sentido.

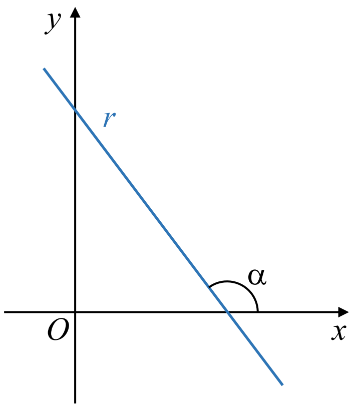
3. Considera, no referencial o.n. Oxy da figura, a reta r, de inclinação α.
Sabe-se que $(x,y)=(2,0)+k(3,-4), k\in\mathbb{R}$ é uma equação vetorial de r.

3.1. Indica, justificando, se cada uma das afirmações I e II é verdadeira ou falsa.

I. O valor de α, em graus e arredondado às unidades, é $143°$.

II. A reta s, definida pela equação $y=\frac{2}{p}x+1$, é paralela a r se $p=-\frac{3}{2}$.

3.2. Escreve a equação reduzida de r.



4. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $g(x)=3-2\operatorname{sen}(5x)$.

O argumento da função seno está em radianos.

Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), resolve os itens **4.1.** e **4.2.**.

4.1. Determina o máximo e o mínimo da função g.

4.2. Indica, justificando, se cada uma das afirmações I e II é verdadeira ou falsa.

I. A frequência da função g é igual a $\frac{5}{\pi}$.

II. Dado um certo número $a\in\,]0,\pi[$, se $g\left(\frac{a}{5}\right)=2$, então $a=\frac{\pi}{6}$.

4.3. $g\left(x-\frac{\pi}{2}\right)-g\left(\frac{\pi}{4}\right)$ é igual a:

(A) $2\cos(5x)-\sqrt{2}$ **(B)** $\sqrt{2}-2\cos(5x)$ **(C)** $\sqrt{2}-2\operatorname{sen}(5x)$ **(D)** $2\operatorname{sen}(5x)-\sqrt{2}$

5. Considera, na figura junta, o gráfico da função h, de domínio $\left]-\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$, definida por $h(x)=\operatorname{tg} x$.

Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), resolve as alíneas seguintes.

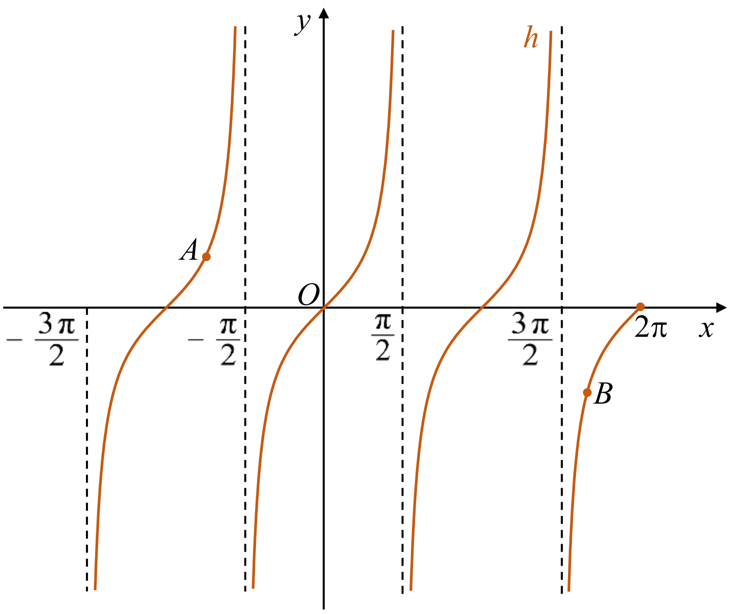
5.1. Considera um certo número real α tal que $h(\alpha)=-\frac{3}{2}$ e $\alpha\in\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$.

Determina o valor de $\cos\alpha$.

5.2. Considera ainda, no gráfico de h, os pontos A e B, de ordenadas, respetivamente, 1 e $-\sqrt{3}$.

Determina o valor de $\overline{AB}$.

Apresenta o resultado com duas casas decimais.



6. Considera a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \operatorname{sen} x$.

O argumento da função seno está em radianos.

Qual é o conjunto dos minimizantes de f em $[-\pi, 4\pi]$?

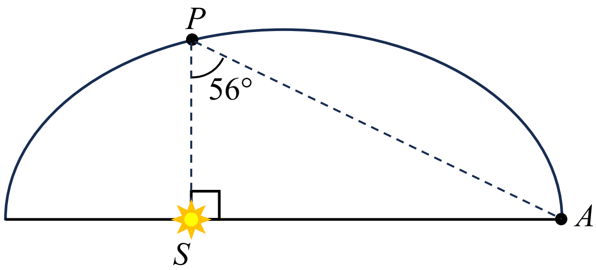
(A) $\left\{-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right\}$ **(B)** $\{-\pi, 2\pi\}$ **(C)** $\left\{-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}\right\}$ **(D)** $\{-\pi, \pi, 3\pi\}$

7. Plutão é um planeta anão do Sistema Solar. Sendo o maior membro conhecido do cinturão de Kuiper, Plutão é o nono maior objeto observado diretamente orbitando o Sol.

7.1. Na figura ao lado, está representado um esquema de uma parte dessa órbita.

Relativamente a essa figura, tem-se que:

- o ponto S representa o Sol;
- o ponto P representa o planeta anão Plutão;
- o ponto A representa o afélio, que é o ponto da órbita mais afastado do Sol (e que se encontra a 7,38 mil milhões de quilómetros);
- o triângulo $[APS]$ é retângulo em S;
- a amplitude do ângulo APS é igual a $56°$.



Qual é, em mil milhões de quilómetros e com duas casas decimais, o valor de $\overline{AP}$?

(A) 3,77 **(B)** 4,98 **(C)** 5,25 **(D)** 8,90

7.2. Admita que a distância, d, em mil milhões de quilómetros, entre Plutão e o Sol, x anos após 2000, é dada por

$$d(x) = 5,91 + 1,47\cos(0,0254x - 2,9), \text{ com } x \in [0, 300]$$

O argumento da função cosseno está em radianos.

7.2.1. Qual deverá ser, em mil milhões de quilómetros e com duas casas decimais, a distância entre Plutão e o Sol em 2030?

(A) 4,23 **(B)** 6,45 **(C)** 5,12 **(D)** 5,86

7.2.2. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determina quantos anos decorrerão entre a passagem de Plutão pelo afélio (distância máxima entre Plutão e o Sol) e a passagem de Plutão pelo periélio (distância mínima entre Plutão e o Sol).

Na tua resposta:

- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que te permite(m) resolver o problema;
- determina as abcissas de eventuais pontos com arredondamento às centésimas;
- apresenta o valor pedido arredondado às unidades.

8. Considera, na figura ao lado, o retângulo $[ABCD]$.

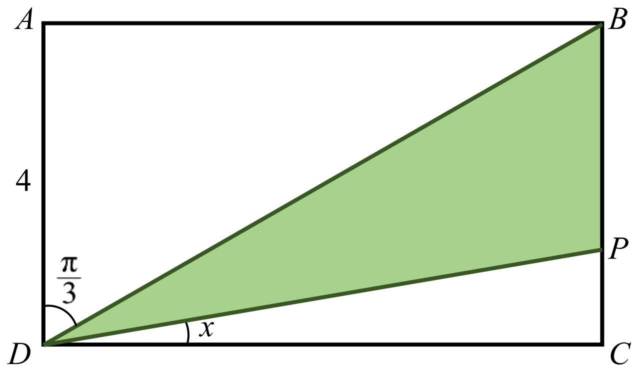
Tal como essa figura sugere:

- $\overline{AD} = 4$;
- $A\hat{D}B = \frac{\pi}{3}$.

Seja x a amplitude do ângulo CDP, sendo P um ponto do segmento de reta $[BC]$ e $x \in \left]0, \frac{\pi}{6}\right[$.

Seja f a função que dá a área do triângulo $[BDP]$, em função de x.

Mostra que $f(x) = 8\sqrt{3}\left(1 - \sqrt{3}\,\text{tg}\,x\right)$.



FIM

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	**2.1.**	**2.2.**	**3.1.**	**3.2.**	**4.1.**	**4.2.**	**4.3.**	**5.1.**	**5.2.**	**6.**	**7.1.**	**7.2.1.**	**7.2.2.**	**8.**	
8	16	16	16	16	16	16	8	16	16	8	8	8	16	16	**200**