

QUESTÃO 1 (3 valores) (1.1 = 1.0; 1.2 = 2.0)

Recorra ao algoritmo *scan-line* para calcular as coordenadas dos *pixels* de preenchimento da área bidimensional definida pelo polígono constituído pelos vértices **A**(4,1), **B**(7,4), **C**(4,7), **D**(1,7) e **E**(1,4)

1.1. Apresente o estado da tabela de arestas (ET - *Edge Table*) e tabela de arestas ativas (AET - *Active Edge Table*) no início do algoritmo.

1.2. Calcule as coordenadas dos pixels de preenchimento, apresentando cada iteração do algoritmo separadamente, indicando o estado da ET e AET, e apresente no final, de forma gráfica, o preenchimento.

R:

1.1.)

Antes de iniciar as iterações do algoritmo é necessário obter para cada aresta do polígono que vai ser preenchido, um conjunto de elementos informativos sobre os mesmos, tais como: declive m e $\frac{1}{m}$, $x_{\text{mínimo}}$, $y_{\text{mínimo}}$ e $y_{\text{máximo}}$ por forma a podermos construir as tabelas ET e AET.

Nota: $x_{\text{mínimo}}$ é a coordenada que acompanha $y_{\text{mínimo}}$.

Para cada aresta do polígono, vista como segmento de reta, obtemos os valores de $m = \frac{dy}{dx}$ tendo em conta que cada aresta $\overline{A_1A_2}$ é obtida através dos pontos sucessivos do polígono ligando o último ponto ao primeiro.

Temos assim:

$$\overline{AB} = [(4,1), (7,4)]: m = \frac{4-1}{7-4} = \frac{3}{3} = 1; \frac{1}{m} = 1; y_{\min} = 1; x_{\min} = 4; y_{\max} = 4;$$

$$\overline{BC} = [(7,4), (4,7)]: m = \frac{7-4}{4-7} = \frac{3}{-3} = -1; \frac{1}{m} = -1; y_{\min} = 4; x_{\min} = 7; y_{\max} = 7;$$

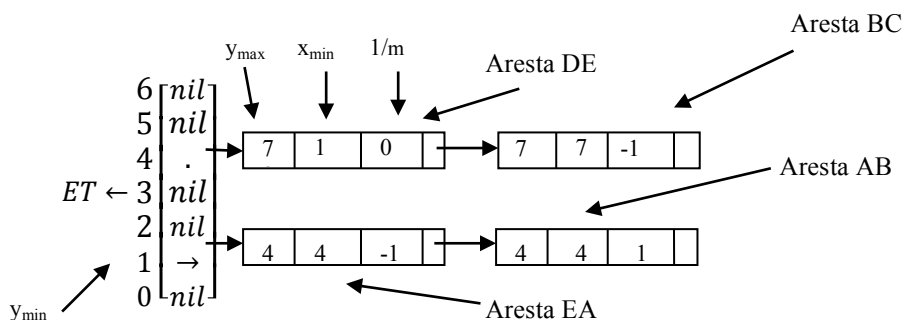
$$\overline{CD} = [(4,7), (1,7)]: m = \frac{7-7}{1-4} = \frac{0}{-3} = 0; \frac{1}{m} = \infty; \text{aresta horizontal, logo é ignorada}$$

$$\overline{DE} = [(1,7), (1,4)]: m = \frac{4-7}{1-1} = \frac{-3}{0} = \infty; \frac{1}{m} = 0; y_{\min} = 4; x_{\min} = 1; y_{\max} = 7;$$

$$\overline{EA} = [(1,4), (4,1)]: m = \frac{1-4}{4-1} = \frac{-3}{3} = -1; \frac{1}{m} = -1; y_{\min} = 1; x_{\min} = 4; y_{\max} = 4;$$

No arranque do algoritmo as tabelas ET e AET tem o seguinte estado:

$AET \leftarrow nil$



2.2)

Seja a linha de varrimento (*scan-line*) definida por SL sendo que o varrimento se faz na vertical, percorrendo o eixo Y desde os valores mais pequenos até à maior coordenada em Y do polígono.

$SL \leftarrow 1$ ou seja, a linha de varrimento recebe o valor do primeiro índice da entrada da tabela ET que não esteja vazia, neste caso a entrada 1, que corresponde à coordenada y menor do polígono partilhada pelas arestas $\overline{AB}$ e $\overline{EA}$.

Iteração do algoritmo

Até que AET fique vazia repete

Iteração 1

- 1.1) Mover de ET para AET as arestas que passam a ser intersectadas por SL , ou seja, o valor de entrada com índice SL .

A tabela AET recebe então os valores da(s) aresta(s) de ET com entrada SL .

$$AET \leftarrow \overbrace{[4|4|-1]}^{\overline{EA}} \rightarrow \overbrace{[4|4|1]}^{\overline{AB}}$$

- 1.2) Eliminar de AET todas as arestas que deixam de ser intersectadas pela linha de varrimento SL . Basta verificar se existe alguma aresta em AET cujo $y_{\text{máximo}} \leq SL$

Neste caso temos $SL = 1$ e

$\overline{EA} y_{\text{máximo}} = 4$ e $\overline{AB} y_{\text{máximo}} = 4$ logo $SL <$ que ambos. Não existem arestas em condições de ser eliminadas de AET , ficando esta tabela inalterada.

- 1.3) Identificar pontos a desenhar no ecrã entre pares de arestas de AET (estas são as intersectadas por SL).

A coordenada em y é o valor de SL e temos de calcular os valores da abcissa x mais à esquerda e mais à direita (daqui a importância do valor de $x_{\text{mínimo}}$ a abcissa que acompanha a ordenada do ponto de intersecção de SL com cada aresta).

Ou seja, vamos considerar os pontos entre $x_{\text{mínimo}}$ de pares de arestas em AET .

Neste caso, $\overline{EA} x_{\text{mínimo}} = 4$ e $\overline{AB} x_{\text{mínimo}} = 4$ logo

Pontos a ativar: $(4,1)$

$\swarrow$
 SL

- 1.4) Incrementamos SL ou seja $SL \leftarrow SL + 1; SL = 2$

- 1.5) Atualizamos AET de $x_{\text{mínimo}}$ tendo em conta o incremento SL vem

$$x_{i+1} \leftarrow x_i + \frac{1}{m} \text{ para qualquer aresta.}$$

Temos então:

$$\overline{EA}: x_{i+1} \leftarrow 4 + (-1) = 3; \overline{AB}: x_{i+1} = 4 + 1 = 5$$

$$\text{Ficando } AET \leftarrow \overbrace{[4|3|-1]}^{\overline{EA}'} \rightarrow \overbrace{[4|5|1]}^{\overline{AB}'}$$

Iteração 2

2.1) Existem arestas na entrada SL ($=2$) de ET ? Não.

2.2) Existem arestas em AET tal que $y_{\text{máximos}} \leq SL$? Não.

2.3) Pontos a ativar no ecrã entre pares de arestas de AET .

Abcissas entre $x = 3$ ($\overline{EA'}$ $x_{\text{mínimo}}$) e $x = 5$ ($\overline{AB'}$ $x_{\text{mínimo}}$)

Pontos a ativar: (3,2), (4,2), (5,2) $\leftarrow$ (recordar que $SL = 2$, ordenado y dos pontos a preenche)

2.4) Incrementamos SL ou seja $SL \leftarrow SL + 1$; $SL = 3$

2.5) Atualizamos AET tal que

$$\overline{EA'}: x_{i+1} \leftarrow 3 + (-1) = 2; \overline{AB'}: x_{i+1} = 5 + 1 = 6$$

$$\text{Ficando } AET \leftarrow \overbrace{[4|2|-1]}^{\overline{EA''}} \rightarrow \overbrace{[4|6|1]}^{\overline{AB''}}$$

Iteração 3

3.1) Existem arestas na entrada SL ($=3$) de ET ? Não.

3.2) Existem arestas em AET tal que $y_{\text{máximos}} \leq SL$? Não.

3.3) Pontos a ativar no ecrã entre pares de arestas de AET .

Abcissas entre $x = 2$ ($\overline{EA''}$ $x_{\text{mínimo}}$) e $x = 6$ ($\overline{AB''}$ $x_{\text{mínimo}}$)

Pontos a ativar: (2,3), (3,3), (4,3), (5,3), (6,3)

3.4) Incrementamos SL ou seja $SL \leftarrow SL + 1$; $SL = 4$

3.5) Atualizamos AET tal que

$$\overline{EA''}: x_{i+1} \leftarrow 2 + (-1) = 1; \overline{AB''}: x_{i+1} = 6 + 1 = 7$$

$$\text{Ficando } AET \leftarrow \overbrace{[4|1|-1]}^{\overline{EA'''}} \rightarrow \overbrace{[4|7|1]}^{\overline{AB'''}}$$

Iteração 4

4.1) Existem arestas na entrada SL ($=4$) de ET ? Sim, as arestas $\overline{DE}$ e $\overline{BC}$ (passam a ser intersectadas pela linha de varrimento SL)

$$\text{Fica } AET \leftarrow \overbrace{[4|1|-1]}^{\overline{EA'''}} \rightarrow \overbrace{[7|1|0]}^{\overline{DE}} \rightarrow \overbrace{[4|7|1]}^{\overline{AB'''}} \rightarrow \overbrace{[7|7|-1]}^{\overline{BC}} \quad (\text{ordenada por } x_{\text{min}})$$

4.2) Existem arestas em AET tal que $y_{\text{máximos}} \leq SL$? Sim, as arestas $\overline{EA'''}$ e $\overline{AB'''}$ pelo que são eliminadas da tabela AET (estas arestas deixam de ser intersectadas)

$$\text{Fica } AET \leftarrow \overbrace{[7|1|0]}^{\overline{DE}} \rightarrow \overbrace{[7|7|-1]}^{\overline{BC}}$$

4.3) Pontos a ativar no ecrã entre pares de arestas de AET .

Abcissas entre $x = 1$ ($\overline{DE} x_{\text{mínimo}}$) e $x = 7$ ($\overline{BC} x_{\text{mínimo}}$)

Pontos a ativar: (1,4), (2,4), (3,4), (4,4), (5,4), (6,4), (7,4)

4.4) Incrementamos SL ou seja $SL \leftarrow SL + 1; SL = 5$

4.5) Atualizamos AET tal que

$$\overline{DE}: x_{i+1} \leftarrow 1 + 0 = 1; \overline{BC}: x_{i+1} = 7 + (-1) = 6$$

$$\text{Ficando } AET \leftarrow \overbrace{[7|1|0]}^{\overline{DE'}} \rightarrow \overbrace{[7|6|-1]}^{\overline{BC'}}$$

Iteração 5

5.1) Existem arestas na entrada SL ($=5$) de ET? Não

5.2) Existem arestas em AET tal que $y_{\text{máximos}} \leq SL$? Não

5.3) Pontos a ativar no ecrã entre pares de arestas de AET.

Abcissas entre $x = 1$ ($\overline{DE'} x_{\text{mínimo}}$) e $x = 6$ ($\overline{BC'} x_{\text{mínimo}}$)

Pontos a ativar: (1,5), (2,5), (3,5), (4,5), (5,5), (6,5)

5.4) Incrementamos SL ou seja $SL \leftarrow SL + 1; SL = 6$

5.5) Atualizamos AET tal que

$$\overline{DE'}: x_{i+1} \leftarrow 1 + 0 = 1; \overline{BC'}: x_{i+1} = 6 + (-1) = 5$$

$$\text{Ficando } AET \leftarrow \overbrace{[7|1|0]}^{\overline{DE''}} \rightarrow \overbrace{[7|5|-1]}^{\overline{BC''}}$$

Iteração 6

6.1) Existem arestas na entrada SL ($=6$) de ET? Não.

6.2) Existem arestas em AET tal que $y_{\text{máximos}} \leq SL$? Não.

6.3) Pontos a ativar no ecrã entre pares de arestas de AET.

Abcissas entre $x = 1$ ($\overline{DE''} x_{\text{mínimo}}$) e $x = 5$ ($\overline{BC''} x_{\text{mínimo}}$)

Pontos a ativar: (1,6), (2,6), (3,6), (4,6), (5,6)

6.4) Incrementamos SL ou seja $SL \leftarrow SL + 1; SL = 7$

6.5) Atualizamos AET tal que

$$\overline{DE''}: x_{i+1} \leftarrow 1 + 0 = 1; \overline{BC''}: x_{i+1} = 5 + (-1) = 4$$

$$\text{Ficando } AET \leftarrow \overbrace{[7|1|0]}^{\overline{DE'''}} \rightarrow \overbrace{[7|4|-1]}^{\overline{BC'''}}$$

Iteração 7

7.1) Existem arestas na entrada SL ($=7$) de ET? Não.

- 7.2) Existem arestas em AET tal que $y_{máximos} \leq SL$? Sim, as arestas $\overline{DE''}$ e $\overline{CD''}$ (deixam de ser intersectadas pela linha de varrimento SL) sendo eliminadas de AET . Ficando $AET \leftarrow nil$ = condição para terminar o algoritmo.

Representação gráfica do resultado final, com pontos ativados.

