

5.º TESTE DE MATEMÁTICA A — 11.º 4

3.º Período

29/05/2025

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Foram inquiridas trinta pessoas sobre o número de dias por semana que saem de casa, assim como o número de horas que estão fora de casa semanalmente, tendo-se registados os dados na tabela ao lado.

N.º de dias por semana que sai de casa (x)	N.º de horas fora de casa (y)	N.º de pessoas
0	0	1
1	6	1
2	5	3
3	6	6
4	10	4
5	15	5
6	10	4
7	10	6

Completa o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.

Escreve, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

Considerando a variável x , conclui-se que as pessoas inquiridas saem de casa, em média, **I** dias por semana e pelo menos 75% delas saem de casa, no máximo, **II** dias por semana.

Admitindo que é adequado o modelo de regressão linear de y sobre x (obtido a partir dos dados da tabela), o coeficiente de correlação linear dessa distribuição, arredondado às décimas, é **III** e a equação reduzida da reta de regressão linear de y sobre x , com os valores dos parâmetros arredondados às centésimas é **IV**.

I	II	III	IV
a) 3	a) 4,5	a) 0,8	a) $y = 0,86x + 0,74$
b) 3,5	b) 6	b) 0,6	b) $y = 2,58x + 1,48$
c) 4,4	c) 7	c) -1,5	c) $y = 1,48x + 2,58$



2. Após as Eleições Legislativas de 2025, passou a haver um novo partido na Assembleia da República, o Juntos Pelo Povo (JPP).

Esse partido foi fundado em Santa Cruz e, nessas eleições, cada um dos dezasseis partidos teve, nesse concelho, em média, 1440 votos.

Supõe que se dividem o número de votos em classes de amplitude 2000 votos, como se vê na tabela seguinte.

N.º de votos em classes	[0,2000[	[2000,4000[	[4000,6000[	[6000,8000[
N.º de partidos	12	1	2	1



- Usando a calculadora gráfica, determina a média usando estas classes e o desvio-padrão, com uma casa decimal. A média foi a mesma dos dados em bruto?
- Determina a percentagem de partidos que pertencem ao intervalo $[\bar{x}, \bar{x} + s[$ e interpreta o resultado no contexto do problema.

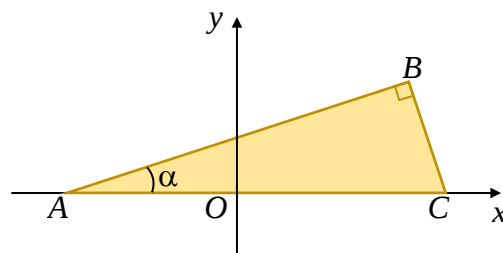
3. Considera, no referencial o.n. xOy da figura, o triângulo $[ABC]$, retângulo em $B(6,4)$.

Sabe-se que a equação reduzida da reta AB é $y = \frac{1}{3}x + 2$ e tem inclinação α .

Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), determina:

3.1. o valor de $\sin \alpha$;

3.2. a abcissa do vértice C .



4. Considera a função h , de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x) = \sqrt[3]{5x+1}$.

Qual das expressões seguintes pode ser a expressão analítica da função h^{-1} , função inversa de h ?

- (A) $5x^3 - 1$ (B) $5x^3 + 1$ (C) $\frac{x^3+1}{5}$ (D) $\frac{x^3-1}{5}$

5. Considera a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, definida por $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2 - x^3 & \text{se } x < 1 \\ \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{se } x > 1 \end{cases}$

Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), determina:

5.1. $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$, se existir;

5.2. $f'(-2)$, usando a definição de derivada;

5.3. a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abcissa -3 .



6. De uma função g , diferenciável em $\mathbb{R}$, sabe-se que $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(3) - g(x)}{x^2 - 9} = \frac{1}{4}$.

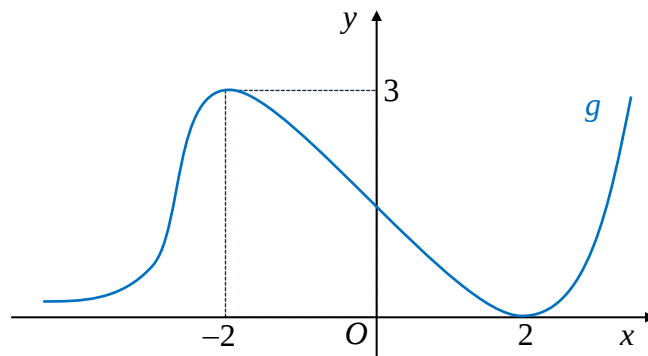
Qual é o valor de $g'(3)$?

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $-\frac{3}{2}$ (C) $-\frac{4}{3}$ (D) $\frac{4}{3}$

7. Considera, no referencial o.n. xOy da figura, parte do gráfico da função g , diferenciável em $\mathbb{R}$.

Tal como a figura sugere:

- 2 é um zero de g ;
- g é positiva em $\mathbb{R} \setminus \{2\}$;
- o eixo das abcissas é a única assíntota do gráfico de g ;
- $(-2, 3)$ é um ponto de máximo de g e $(2, 0)$ é um ponto de mínimo de g .



Considere as proposições seguintes.

- I. $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = +\infty$.
- II. a taxa média de variação de g em $[-2, 2]$ é igual a $\frac{3}{4}$.
- III. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x) - 3}{x + 2} = 0$.

Indica, justificando, se algumas das proposições I, II e III é verdadeira ou falsa.

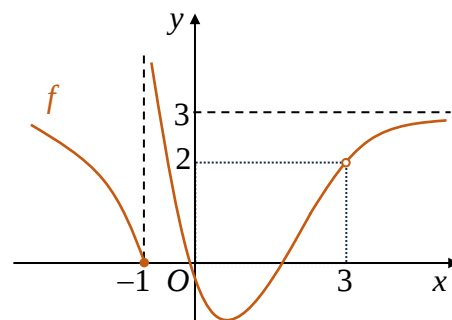


8. Na figura ao lado, está representada, num referencial o.n. xOy , parte do gráfico da função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{-1, 3\}$, juntamente com as assíntotas desse gráfico, de equações $x = -1$ e $y = 3$.

Considera as sucessões (a_n) , (b_n) e (c_n) , de termos gerais:

$$a_n = 5 + \frac{6}{n}, \quad b_n = \frac{3n^2 + 2n}{9n + 10} \quad \text{e} \quad c_n = \left(\frac{3}{4}\right)^n - 1$$

Completa o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.



Escreve, na folha de respostas, apenas cada um dos números, I, II, III e IV, seguido da opção, a), b) ou c), selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

A aderência do conjunto $]5, 7] \cup \{x: x = a_n\}$ é o conjunto I.

O valor de $\lim_{n \rightarrow \infty} f(b_n)$ é II e o valor de $\lim_{n \rightarrow \infty} f(c_n)$ III.

Quanto ao $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$, IV.

I	II	III	IV
a) $[5, 7] \cup \{8, 11\}$	a) 0	a) não existe;	a) não existe;
b) $]5, 7] \cup \{8, 11\}$	b) 2	b) é igual a 0;	b) é igual a 2;
c) $]5, 7[\cup \{11\}$	c) 3	c) é igual a $+\infty$.	c) é igual a 3.

9. Numa unidade industrial de armazenamento de fruta, as maçãs são sujeitas a um banho de arrefecimento antes de serem armazenadas.



Admita que a temperatura, T , em graus Celsius, das maçãs, x minutos após o início do banho de arrefecimento, é dada por

$$T(x) = -0,0002x^3 + 0,023x^2 - 1,2x + 25, \text{ com } x \in [0, 30].$$

- 9.1. Quantos graus Celsius por minuto está a temperatura das maçãs a diminuir, em média, nos primeiros quinze minutos?
(A) 11,5 (B) 13,5 (C) 0,7 (D) 0,9

- 9.2. Usando processos analíticos, calcula a taxa de variação da função T no instante $x = 10$. Interpreta o resultado no contexto do problema.

- 9.3. Para serem armazenadas, as maçãs devem estar a uma temperatura inferior a 7°C .

Recorrendo à calculadora gráfica, determina, em minutos, a duração mínima do banho de arrefecimento, para que as maçãs pudessem ser armazenadas.

Na tua resposta:

- escreve uma condição para o problema;
- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizares na calculadora e que te permite(m) resolver a equação, devidamente identificado(s);
- apresenta as coordenadas de pontos relevantes com, pelo menos, três casas decimais;
- apresenta o resultado em minutos, arredondado às unidades.

Adaptado do Exame Nacional de Matemática B, 1.ª fase de 2023

10. Seja f a função polinomial definida por $f(x) = x^3 + a^2x^2 + ax$, sendo a um número real.

Mostra que não existe nenhum valor de a para o qual a reta tangente ao gráfico de f em $x = 1$ é paralela à bissetriz dos quadrantes ímpares.

FIM



COTAÇÕES

Item														
Cotação (em pontos)														
1.	2.	3.1.	3.2.	4.	5.1.	5.2.	5.3.	6.	7.	8.	9.1.	9.2.	9.3.	10.
8	16	16	16	8	16	16	16	8	16	8	8	16	16	16
														200