

3.º TESTE DE MATEMÁTICA A — 11.º 4

2.º Período

13/02/2025

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.



1. Seja (a_n) a sucessão definida por $a_n = \frac{2n+1}{n+5}$.

1.1. Verifica se $\frac{37}{20}$ é um termo de (a_n) e, em caso afirmativo, indica a sua ordem.

1.2. Mostra que (a_n) é limitada e indica, se existirem, o conjunto dos majorantes e o dos minorantes de (a_n) .

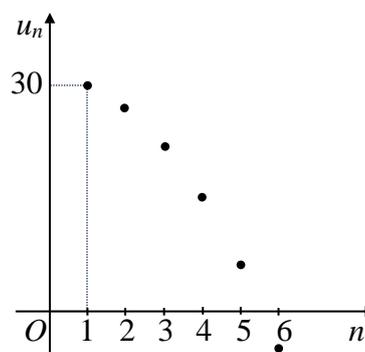
2. Considera, no gráfico da figura, os primeiros seis termos da sucessão (u_n) .

Tal como sugere a figura:

- (u_n) é não limitada;
- (u_n) é decrescente;
- $u_1 = 30$.

Completa o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.



O conjunto dos majorantes de (u_n) é **I** e o dos minorantes é **II**.

O primeiro termo de (u_n) é **III**.

Uma expressão de $u_n - u_{n+1}$ pode ser **IV**.

I	II	III	IV
a) $]-\infty, 30]$	a) $]-\infty, 30]$	a) o mínimo de (u_n)	a) $-2n - 1$
b) $[30, +\infty[$	b) $[30, +\infty[$	b) o máximo de (u_n)	b) $2n - 10$
c) \emptyset	c) \emptyset	c) um minorante de (u_n)	c) $2n + 1$

3. Seja (b_n) a sucessão definida por $b_n = \frac{1-\pi^2 n}{2\pi}$.

Pode concluir-se que a sucessão é uma:

- (A) progressão geométrica de razão $\frac{1-\pi}{2}$; (B) progressão aritmética de razão $\frac{1-\pi}{2}$;
(C) progressão geométrica de razão $-\frac{\pi}{2}$; (D) progressão aritmética de razão $-\frac{\pi}{2}$.

4. Considere a sucessão (c_n) , definida por recorrência por $\begin{cases} c_1=10 \\ c_{n+1}=c_n-3, \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$.

A que é igual a soma dos vinte termos consecutivos de (c_n) , a começar no terceiro?

- (A) -520 (B) -490 (C) -400 (D) -370

5. De uma progressão aritmética (w_n) , sabe-se que $w_9 = w_6 + 7$ e $w_{12} = 13$.
Averigua, sem recorrer à calculadora, se 2025 é termo da progressão (w_n) .



6. Para a festa dos 40 anos do Ricardino, os seus amigos ofereceram um relógio de luxo, no valor total de 7650 euros.

Quando o Ricardino foi analisar as quantias oferecidas, reparou em algo curioso: um dos amigos contribuiu com 60 euros, outro amigo contribuiu com 70 euros, outro contribuiu com 80 euros e assim sucessivamente, cada amigo ofereceu mais dez euros que o anterior.

Determina, analiticamente, o número de amigos que ofereceram o relógio ao Ricardino.



7. Ao longo dos anos, uma certa cidade foi perdendo população da seguinte maneira:

- em 2010, nasceram aproximadamente 8000 bebês;
- em 2011, nasceram aproximadamente 7600 bebês;
- em 2012, nasceram aproximadamente 7220 bebês;
- em 2013, nasceram aproximadamente 6859 bebês;
- e assim sucessivamente.



A este ritmo, quantos bebês nasceram nessa cidade em 2024?

- (A) 4107 (B) 3901 (C) 7930 (D) 7935

8. O Crisálido é uma promessa do futebol e foi contratado pelo Al-Hilário, de um país árabe, para jogar de janeiro de 2025 a dezembro de 2026.

Por ser jovem, o Crisálido só pode receber o dinheiro no fim do contrato.

Ele sabe que:

- os ordenados mensais estão em progressão geométrica;
- em abril de 2025, vai receber 3,2 euros;
- em julho de 2025, vai receber 25,6 euros.



Que quantia, em euros, é esperada que o Crisálido ganhe com este contrato?

Justifica a resposta.

9. Considera, na figura ao lado, o prisma reto $[ABCDEFGH]$.

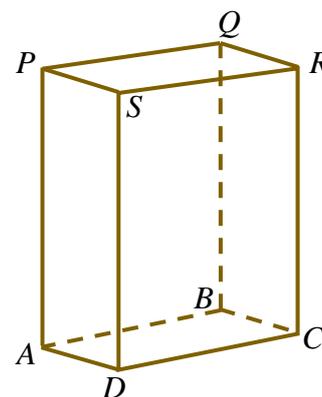
Sabe-se que, fixado um determinado referencial $Oxyz$:

- o ponto P tem coordenadas $(6, -8, 10)$;
- o plano PQR está definido pela equação $3x - 6y + 2z - 86 = 0$;
- $\overline{AP} = 14$.

- 9.1. Seja α o plano, paralelo ao plano PQR , definido, para um certo k não nulo, pela equação $kx - 2ky + 5k^2z = 0$.

Qual é o valor de k ?

- (A) $\frac{2}{15}$ (B) $-\frac{2}{3}$ (C) $-\frac{4}{3}$ (D) $\frac{2}{13}$



- 9.2. Sem usar a calculadora, determina as coordenadas do vértice A , sabendo que a sua ordenada é positiva.

10. São dados, num referencial o.n. $Oxyz$:

- o ponto A de coordenadas $(0, 1, -4)$;
- o vetor \overrightarrow{AB} de coordenadas $(2, 3, -1)$;
- o vetor \overrightarrow{AC} de coordenadas $(6, -2, 0)$;
- o plano α definido pelos vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC} .

- 10.1. Determine uma equação cartesiana do plano α .

Apresente essa equação na forma $ax + by + cz + d = 0$, em que a, b, c e d são números reais.

- 10.2. Considera agora o ponto P , de abcissa x e tal que:

- $x \in [0, 2]$;
- a sua ordenada é igual ao cubo da sua abcissa;
- a sua cota é igual a 10.

Sabendo que os vetores \overrightarrow{OP} e \overrightarrow{AB} são perpendiculares, determina a abcissa do ponto P , recorrendo à calculadora gráfica.

Na tua resposta:

- equaciona o problema;
- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) que visualizares na calculadora e que te permite(m) resolver a equação, devidamente identificado(s);
- apresenta a abcissa do ponto P arredondada às centésimas.



11. Na figura junta, está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, a pirâmide hexagonal regular $[ABCDEFV]$.

Sabe-se que:

- as coordenadas do vértice A são $(10,9,4)$;
- o plano ABC está definido por $2x + 3y - z - 43 = 0$.

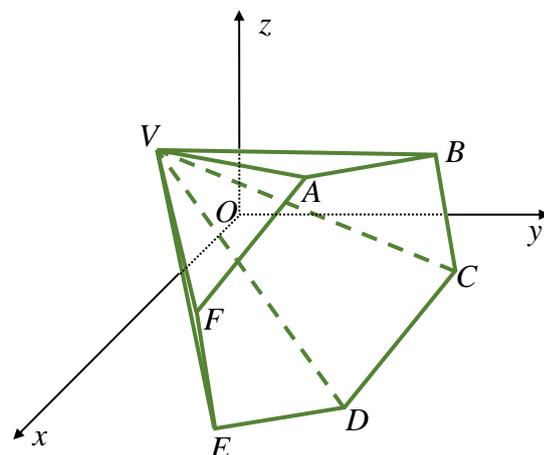
11.1. Sabe-se que o vértice E pertence ao plano xOy e que a sua abcissa é 14.

Qual é o valor do raio da superfície esférica de diâmetro $[AE]$?

- (A) $4\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$
 (C) $2\sqrt{10}$ (D) $4\sqrt{10}$

11.2. Sabe-se que ABC é o plano mediador do segmento de reta $[PQ]$, sendo P um ponto de coordenadas $(7,0,-8)$.

Determina as coordenadas do ponto Q .



FIM



COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.1.	1.2.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.1.	9.2.	10.1.	10.2.	11.1.	11.2.	200
16	16	16	8	8	16	16	8	16	8	16	16	16	8	16	

Formulário

Progressões

Soma dos n primeiros termos de uma progressão (u_n) :

Progressão aritmética: $\frac{u_1 + u_n}{2} \times n$

Progressão geométrica: $u_1 \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$