

2.º TESTE DE MATEMÁTICA A — 11.º 4

1.º Período

28/11/2024

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

1. Para o funcionamento de uma máquina, uma fábrica utiliza água que se encontra num depósito. Ao longo do dia, a altura da água no depósito vai variando. Admita que a altura, a , em metros, de água no depósito, às t horas de um certo dia, é dada por

$$a(t) = 5 + 2,8 \cos\left(\frac{\pi}{12}t - 2\right), \text{ com } t \in [0, 24]$$

O argumento da função cosseno está em radianos.

- 1.1. Qual é, em metros e com arredondamento às décimas, a altura da água às 14h 45min?

(A) 4,2 (B) 4,4 (C) 4,6 (D) 4,8

- 1.2. Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), calcula os instantes em que a altura da água é igual a 36 dm.

Apresenta o(s) valor(es) pedido(s) arredondado(s) às centésimas.

- 1.3. Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determina quanto tempo decorreu, em horas, desde o instante em que a altura de água no depósito foi máxima até ao instante em que a altura de água no depósito foi mínima.

Na tua resposta:

- reproduz, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que te permite(m) resolver o problema;
- determina as abcissas de eventuais pontos com arredondamento às milésimas;
- apresenta o valor pedido arredondado às unidades.

Adaptado do Exame Nacional de Matemática B, 2.ª fase de 2024

2. Considera a função f definida por $f(x) = \operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{6}$.

- 2.1. Qual é o domínio da função f ?

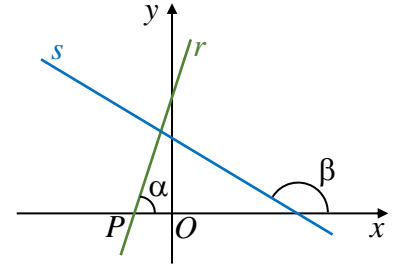
(A) $\mathbb{R} \setminus \left\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{5\pi}{18} + \frac{\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z}\right\}$ (B) $\mathbb{R} \setminus \left\{x \in \mathbb{R} : x = \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}\right\}$
(C) $\left\{x \in \mathbb{R} : x = -\sqrt{6} + \frac{\pi}{2}k, k \in \mathbb{Z}\right\}$ (D) $\left\{x \in \mathbb{R} : x = -\sqrt{6} - \frac{\pi}{3}k, k \in \mathbb{Z}\right\}$

- 2.2. Seja g a função, de domínio $\left\{x \in \mathbb{R} : x \neq \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}\right\}$, definida por $g(x) = \sqrt{6} - \operatorname{tg}(-2x)$.
Determina todas as soluções da equação $f(x) = g(x)$.



3. Seja h a função, de domínio $]-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}[$, definida por $h(x) = 2\text{sen}(4x) - \sqrt{2}$.
Sem usar a calculadora, determina os zeros de h .

4. Considera, na figura, as retas r e s , de inclinações α e β , respetivamente.
Sabe-se que:
- o declive de r é 3;
 - o ponto P pertence à reta r e ao eixo Ox e tem abcissa $-\frac{3}{2}$;
 - uma equação de s é $3x + 5y - 15 = 0$.



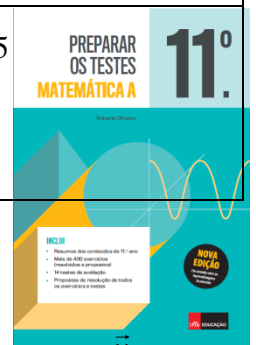
Complete o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.

Escreva, na folha de respostas, apenas cada um dos números, I, II, III e IV, seguido da opção, a), b) ou c), selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

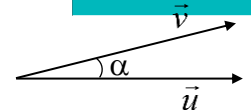
O valor de $\cos \alpha$ é I e a equação reduzida da reta r é II.

O valor de α , arredondado à décima de grau é III e o valor de β , arredondado à décima do radiano, é IV.

I	II	III	IV
a) $-\frac{\sqrt{15}}{12}$	a) $y = \frac{x}{3} + \frac{8}{3}$	a) $71,6^\circ$	a) $-0,5$
b) $\frac{\sqrt{5}}{5}$	b) $y = 3x + \frac{\sqrt{3}}{3}$	b) $73,2^\circ$	b) $2,6$
c) $\frac{\sqrt{10}}{10}$	c) $y = 3x + \frac{9}{2}$	c) $108,4^\circ$	c) $3,7$



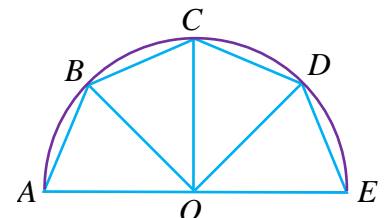
5. Considera os vetores do plano \vec{u} e \vec{v} tais que:
- $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = 2$;
 - $\text{sen } \alpha = \frac{1}{4}$, sendo α a amplitude do ângulo formado por \vec{u} e \vec{v} .



Qual é o valor de $2\vec{u} \cdot (-3\vec{v})$?

- (A) $6\sqrt{15}$ (B) $-6\sqrt{15}$ (C) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (D) $-\frac{\sqrt{5}}{4}$

6. Considera, na figura:
- a semicircunferência de diâmetro $[AE]$ e centro O ;
 - os triângulos iguais $[ABO]$, $[BCO]$, $[CDO]$ e $[DEO]$, sendo B , C e D pontos da semicircunferência.



Seja a o raio da circunferência, $a > 0$.

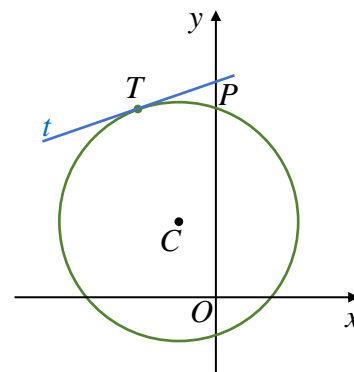
6.1. Qual é o valor de $\vec{AE} \cdot \vec{OE}$?

- (A) $-a^2$ (B) $-2a^2$ (C) a^2 (D) $2a^2$

6.2. Supõe que $a = 4$.

Determina $\vec{AD} \cdot \vec{OB}$.

7. Considera, no referencial o.n. xOy da figura:
- a circunferência de centro C , definida por $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 40$;
 - a reta t , tangente à circunferência no ponto $T(-4,10)$;
 - o ponto P , pertencente à circunferência e ao semieixo positivo Oy .



Resolve as alíneas seguintes sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos).

7.1. Determina a amplitude do ângulo PTC .

Apresenta o resultado em graus, arredondado às décimas.

Se, em cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva, no mínimo, três casas decimais.

7.2. A reta t intersesta o eixo Ox num ponto.

Determina a abcissa desse ponto.

8. Para um certo número real k , considera, num referencial o.n. $Oxyz$, os vetores $\vec{u}(3k+1,9,4)$ e $\vec{v}(-2,0,1)$. Qual é o valor de k para os quais \vec{u} e \vec{v} são perpendiculares?

(A) $\frac{1}{3}$

(B) $\frac{9}{4}$

(C) $-\frac{9}{2}$

(D) $-\frac{5}{9}$



9. Seja $\vec{a}(12,5)$ um vetor num referencial o.n. xOy . Determina as coordenadas de um vetor \vec{w} tal que:

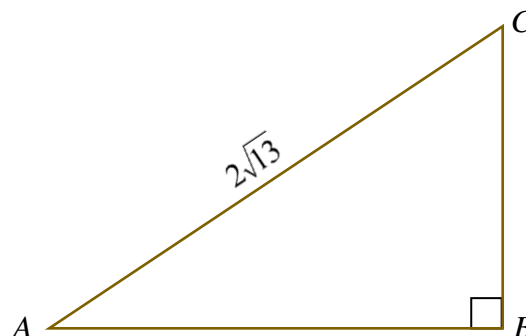
- seja perpendicular a \vec{a} ;
- a sua primeira coordenada seja positiva;
- a sua norma seja 2.

10. Considera, na figura, o triângulo retângulo $[ABC]$, retângulo em B .

Sabe-se que:

- $\overline{AC} = 2\sqrt{13}$
- $\overline{AC} \cdot \overline{CB} = -16$.

Determina a área do triângulo $[ABC]$.



FIM

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.1.	1.2.	1.3.	2.1.	2.2.	3.	4.	5.	6.1.	6.2.	7.1.	7.2.	8.	9.	10.	200
8	16	16	8	16	16	16	8	8	16	16	16	8	16	16	