Escola Secundária de Francisco Franco
www.esffranco.edu.pt
(2024/2025)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 11.º 4

1.º Período | 24/10/2024 | Duração: 90 minutos

Nome: ______________________________ N.º:

Classificação: ___ , ___ O professor:

Na resposta aos itens de escolha múltipla, seleciona a opção correta. Escreve na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

---

1. A Torre de Xangai é o edifício mais alto da China.

Considera o esquema ao lado (que não está à escala) dessa torre e o triângulo $[ABC]$ de altura $\overline{CD}$.

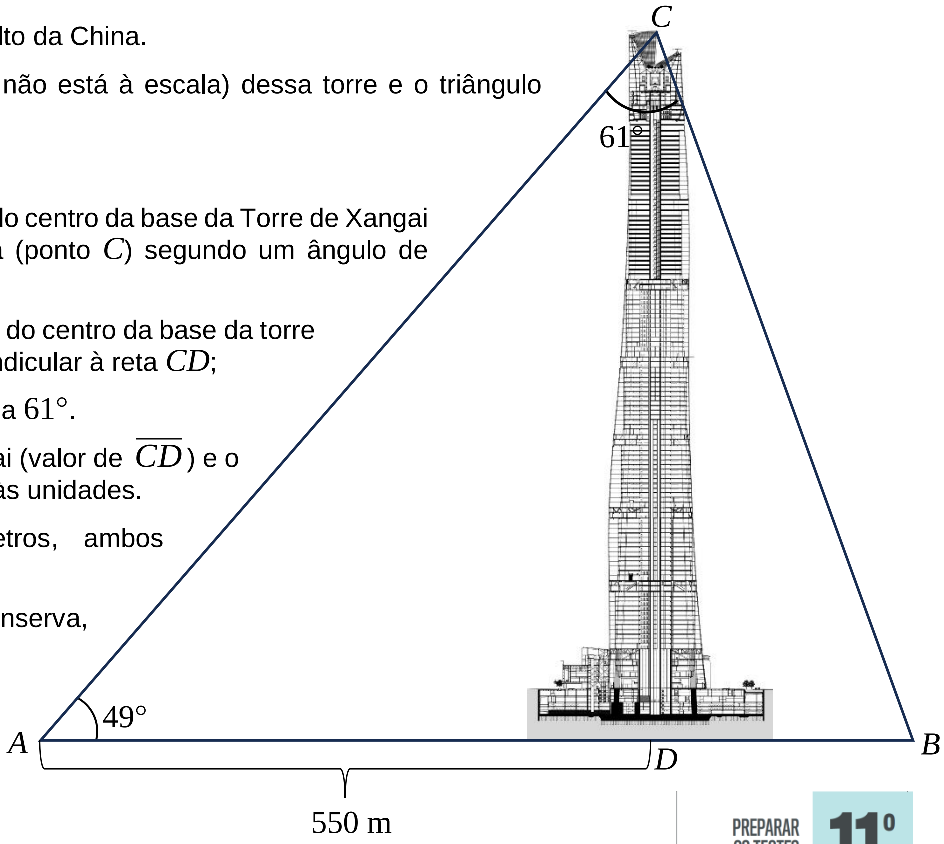
Sabe-se que:

- de um certo ponto A, a 550 metros do centro da base da Torre de Xangai (ponto D), observa-se o cimo dela (ponto C) segundo um ângulo de amplitude $49°$;
- o ponto B encontra-se do outro lado do centro da base da torre de tal modo que a reta AB é perpendicular à reta CD;
- a amplitude do ângulo ACB é igual a $61°$.

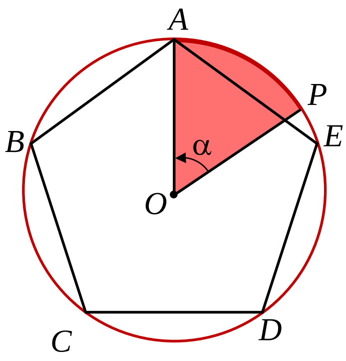
Determina a altura da Torre de Xangai (valor de $\overline{CD}$) e o valor de $\overline{BC}$, ambos arredondados às unidades.

Apresenta os resultados em metros, ambos arredondados às unidades.

Se usares cálculos intermédios, conserva, pelo menos, três casas decimais.



2. Considera, na figura ao lado, o pentágono regular $[ABCDE]$, inscrito numa circunferência de centro O.



Nessa circunferência, estão também assinalados o ponto P, pertence ao arco AE, e o ângulo de amplitude α, de amplitude $\frac{5\pi}{16}$ radianos, que tem por lado origem $\dot{O}P$ e lado extremidade $\dot{O}A$.

Sabe-se que a área da zona a sombreado é igual a $\frac{\pi}{10}$.

Completa o texto seguinte, selecionando a opção correta para cada espaço, de acordo com as condições dadas.

Escreve, na folha de respostas, apenas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção, **a)**, **b)** ou **c)**, selecionada. A cada espaço corresponde uma só opção.

Um ângulo cujo lado origem é $\dot{O}A$ e cujo lado extremidade é $\dot{O}E$ tem amplitude __**I**__.

O ângulo cujo lado origem é $\dot{O}A$ e cujo lado extremidade é __**II**__ tem amplitude $(-216°, -4)$.

No sistema sexagesimal, a amplitude de α é igual a __**III**__ e o raio da circunferência é igual a __**IV**__.

I	II	III	IV
a) $72°$	**a)** $\dot{O}B$	**a)** $56°15'$	**a)** $\frac{3}{4}$
b) $80°$	**b)** $\dot{O}C$	**b)** $56°25'$	**b)** $\frac{4}{5}$
c) $288°$	**c)** $\dot{O}D$	**c)** $51°6'$	**c)** $\frac{5}{6}$

3. Supõe que $\operatorname{sen}\frac{\pi}{30} = a$, sendo a um número real.

Qual é o valor de $\operatorname{sen}\frac{91\pi}{30}$, em função de a ?

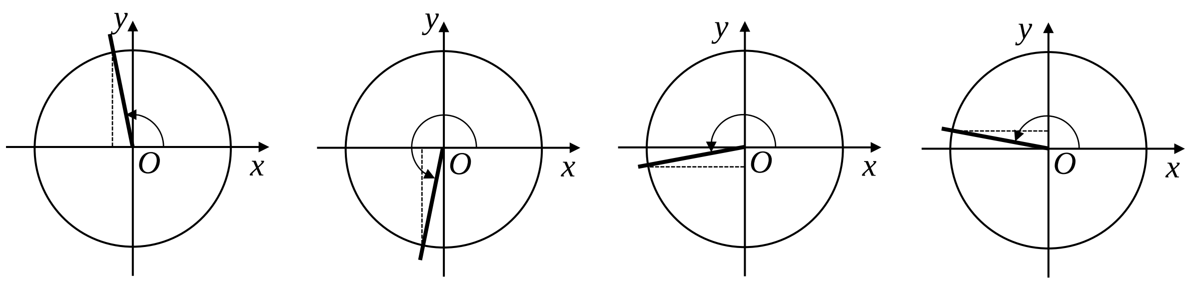
(A) $\sqrt{1-a^2}$ **(B)** a **(C)** $-a$ **(D)** $-\sqrt{1-a^2}$

4. Sobre um número real α, sabe-se que $\operatorname{sen}\alpha = -\frac{1}{5} \wedge \alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$.

4.1. Em cada figura seguinte, está representado, a traço grosso na circunferência trigonométrica, o lado extremidade do ângulo de amplitude α, cujo lado origem é o semieixo positivo das abcissas.

Indica em qual das figuras está assinalado α.

(A) **(B)** **(C)** **(D)**



4.2. Qual é, com aproximação às centésimas do radiano, o valor de α ?

(A) $3{,}34$ **(B)** $0{,}06$ **(C)** $2{,}94$ **(D)** $-3{,}20$

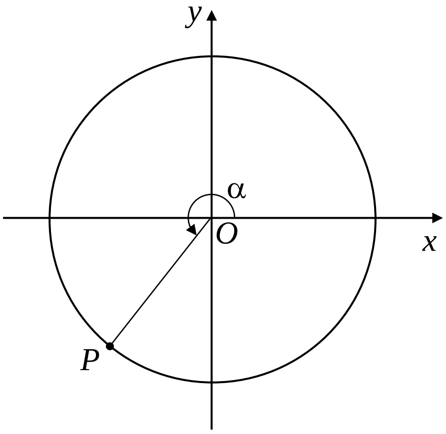
5. Considera, na circunferência trigonométrica da figura, o ponto P do terceiro quadrante e pertencente à circunferência.

Sabe-se que:

- α é um ângulo que tem por lado origem o semieixo positivo Ox e por lado extremidade o segmento $[OP]$;
- a ordenada do ponto P é $-\frac{\sqrt{10}}{4}$.

Sem recorrer à calculadora, determina o valor de

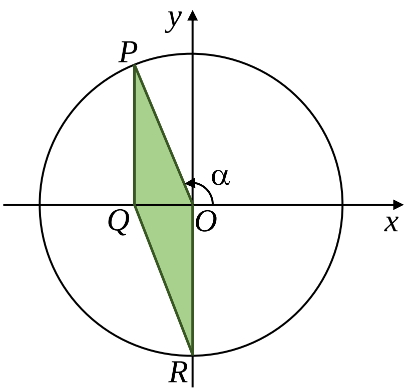
$$\operatorname{tg}\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)$$



6. Na figura, estão representados, em referencial o.n. xOy, o quadrilátero $[OPQR]$ e a circunferência de centro em O e raio 2.

Sabe-se que:

- o ponto P pertence à circunferência e ao segundo quadrante;
- o ponto Q pertence ao eixo Ox e tem a mesma abcissa que P ;
- o ponto R pertence à circunferência e ao semieixo negativo Oy ;
- α é a inclinação, em radianos, da reta OP, $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$.



6.1. Mostra que a área do quadrilátero $[OPQR]$ é dada pela expressão $-2\cos\alpha(\operatorname{sen}\alpha+1)$

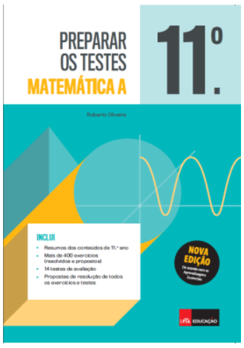
6.2. Para a posição dada do ponto P, sabe-se que $\operatorname{tg}(\pi-\alpha)=\frac{12}{5}$.

Determina, para essa posição de P, a área do quadrilátero $[OPQR]$, sem usar a calculadora.

Apresenta o resultado na forma de fração irredutível.

7. Determina $k \in \mathbb{R}$ de modo que seja possível a condição seguinte.

$$\operatorname{sen} x = \frac{3k+1}{2} \wedge x \in \left]\pi, 2\pi\right[$$



8. Considera a função f, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=2-3\cos\left(\frac{x}{4}\right)$.

O argumento da função cosseno está em radianos.

Sem usar a calculadora (exceto para cálculos numéricos), resolve as alíneas **8.1.** e **8.4.**.

8.1. Determina, na forma de intervalo de números reais, o contradomínio da função f.

8.2. Qual é o período positivo mínimo da função f?

(A) $\frac{\pi}{4}$ **(B)** $\frac{\pi}{8}$ **(C)** 4π **(D)** 8π

8.3. Dado um certo número real a, pode concluir-se que $f(4a+10\pi)-2$ é igual a:

(A) $3\cos(a)$ **(B)** $3\operatorname{sen}(a)$ **(C)** $-3\operatorname{sen}(a)$ **(D)** $-3\cos(a)$

8.4. Calcula $f\left(\frac{8\pi}{3}\right)+\frac{\operatorname{tg}\frac{5\pi}{3}}{2}+6\operatorname{sen}\frac{5\pi}{6}$.

8.5. Considera agora a restrição da função f no intervalo $[0,8\pi]$.

Recorrendo à calculadora gráfica, determina a área do triângulo $[ABC]$, onde se sabe que:

- A e B são os pontos do gráfico de f cujas ordenadas são nulas;
- C é o ponto do gráfico de f de ordenada máxima.

Na tua resposta, deves:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiveres necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificados (sugere-se a utilização da janela de visualização em que $x\in[0,8\pi]$ e $y\in[0,6]$);
- esboçar o triângulo $[ABC]$;
- indicar as abcissas dos pontos A e B com duas casas decimais;
- indicar as coordenadas do ponto C (com duas casas decimais, em caso de arredondamento);
- determinar o valor pedido, arredondado às unidades.

9. Para os valores de x que dão sentido à expressão, mostra que $\frac{1+(\operatorname{sen}x-1)(\operatorname{sen}x+1)-(\operatorname{sen}x\cos x)^2}{\cos^4 x}=\operatorname{tg}^4 x$

FIM

COTAÇÕES

Item															
Cotação (em pontos)															
1.	2.	3.	4.1.	4.2.	5.	6.1.	6.2.	7.	8.1.	8.2.	8.3.	8.4.	8.5.	9.	
16	16	8	8	8	16	16	16	16	16	8	8	16	16	16	**200**

Formulário

Comprimento de um arco de circunferência: αr

Área de sector circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$

(α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro*; r – *raio*)