

# 1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 6

1.º Período

24/10/18

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

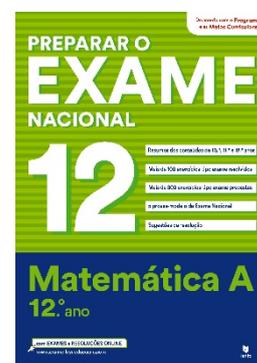
Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

**Caderno 1: 50 minutos**  
(é permitido o uso de calculadora)

1. Considere o desenvolvimento de  $\left(\frac{4}{\sqrt{x}} + x\right)^{22}$ ,  $x > 0$ .

Determine, se existir, o termo independente de  $x$  desse desenvolvimento.



2. Desde setembro de 2016 que existe o M1lhão, jogo adicional obrigatório para quem joga no Euromilhões e que permite aos apostadores a hipótese de ganhar um prémio de um milhão de euros nas noites de sexta-feira (apenas em Portugal). 
- No sorteio do M1lhão, é gerado automaticamente um código constituído por três letras (de entre as 26 existentes) e cinco algarismos, como por exemplo o GMP 24977 (saído no sorteio de 19/10/2018).
- 2.1.** Qual é o número total de códigos diferentes para o M1lhão se houver, pelo menos, duas letras F e um número de cinco algarismos que seja um múltiplo de 5?
- 2.2.** Escolhe-se um código do M1lhão ao acaso.  
Determine a probabilidade de esse código ter apenas três letras todas diferentes e os algarismos formarem uma capicua.  
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.
- 2.3.** Escolhe-se agora um código do M1lhão ao acaso, com os algarismos todos diferentes.  
Determine a probabilidade de nesse código os algarismos 0 e 1 estarem simultaneamente.  
Apresente o resultado na forma de fração irredutível.

3. Um carteiro costuma entregar correspondência num bloco de apartamentos com 11 moradores.



- 3.1. Sabe-se que o carteiro entrega sempre correspondência a pelo menos um morador.

Quantas entregas de correspondência diferentes pode haver?

- (A) 3 628 800      (B) 65 216      (C) 4096      (D) 2047

- 3.2. Num certo dia, o carteiro tem de entregar, num dos apartamentos, 10 cartas distinguíveis apenas pelas suas cores: 3 azuis, 3 brancas e 4 castanhas.

Ele vai colocar todas as 10 cartas, uma de cada vez, no marco de correio respetivo.

Determine a probabilidade de as cartas de cada cor serem colocadas juntas.

4. O senhor e a senhora Domingues têm 6 filhos, 4 deles rapazes.

À hora do almoço, todos os Domingues sentam-se à volta de uma mesa com 8 cadeiras, sendo que o senhor Domingues fica sempre no seu lugar fixo, na cabeceira da mesa onde se vê a televisão.



- 4.1. De quantas maneiras diferentes se podem sentar todos os elementos da família Domingues se as suas filhas ficarem em dois dos três lugares à direita do senhor Domingues?

- 4.2. Qual é a probabilidade de na outra cabeceira ficar um dos rapazes?

- (A)  $\frac{4}{7}$       (B)  $\frac{3}{7}$       (C)  $\frac{5}{8}$       (D)  $\frac{1}{8}$

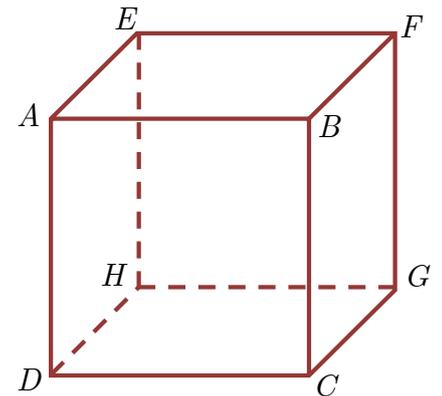
5. Na figura está representado o cubo  $[ABCDEFGH]$ .

Dispõe-se de oito cores diferentes, das quais uma é verde, para colorir as suas seis faces.

Cada face vai ser colorida com uma única cor. Considere a experiência aleatória que consiste em colorir a face  $[ABCD]$  de verde e as outras ao acaso, com uma das oito cores.

Determine a probabilidade de, no final da experiência, o cubo ficar com apenas duas faces verdes.

Apresente o resultado na forma de dízima, arredondado às milésimas.



**FIM DO CADERNO 1**

**COTAÇÕES (Caderno 1)**

Item									
Cotação (em pontos)									
1.	2.1.	2.2.	2.3.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	5.	
17	12	17	17	8	17	12	8	17	125

**Caderno 2: 40 minutos**  
(não é permitido o uso de calculadora)

6. Considere, num universo  $U$ , os subconjuntos  $A$ ,  $B$  e  $C$ , sendo  $A$  e  $B$  disjuntos.

A que é igual a expressão  $(A \cup C) \cap \overline{B \cap \overline{C}}$ ?

- (A)  $A \cup B \cup C$       (B)  $A \cup B$       (C)  $B \cup C$       (D)  $A \cup C$

7. Numa linha do Triângulo de Pascal, sabe-se que o 16.º e o 26.º elementos são iguais. Escolhem-se, ao acaso, três elementos dessa linha.

Qual é a probabilidade de nesses três elementos estarem os dois mais pequenos da linha?

- (A)  $\frac{40}{42C_3}$       (B)  $\frac{40C_3}{42C_3}$       (C)  $\frac{39}{41C_3}$       (D)  $\frac{2 \times 39}{41C_3}$

8. Uma escola de aviação tem uma turma de alunos interessados nos saltos de para-quedas, sendo que, nessa turma, o número de homens é igual ao dobro do número de mulheres.



- 8.1. Num treino, todos os elementos da turma vão saltar de para-quedas de um avião, uma pessoa de cada vez.

Sabendo que existem quatro mulheres na turma, qual é a probabilidade de elas não saltarem consecutivamente?

- (A)  $\frac{4! \times 8!}{12A_8}$       (B)  $\frac{4!}{12A_8}$       (C)  $\frac{{}^9C_4 \times 8! \times 4!}{12!}$       (D)  $\frac{{}^9A_4 \times 12}{12!}$

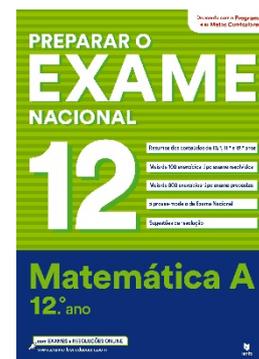
- 8.2. Escolhem-se, ao acaso, dois alunos da turma para apresentarem um trabalho.

Sabe-se que a probabilidade de esses dois alunos serem mulheres é  $\frac{5}{48}$ .

Sendo  $n$  o número de mulheres da turma, determine o valor de  $n$ .

Para resolver este problema, percorra as seguintes etapas:

- equacione o problema;
- resolva a equação.





9. A loja Sport Tone está a fazer uma campanha onde um cliente, ao comprar um produto, tem direito a participar num sorteio que consiste no seguinte:

*Numa tómbola estão seis bolas numeradas de 1 a 6, sendo apenas duas delas de cor verde.*

*Extraem-se as bolas todas, uma de cada vez. Se as bolas verdes saírem consecutivamente, o cliente ganha um cupão de 50% na próxima compra.*

Indique uma expressão para a probabilidade de um cliente ganhar esse cupão.

A seguir estão duas respostas de dois alunos:

Teodora: $\frac{2! \times 5!}{6!}$	Alípio: $\frac{4 \times 2!}{{}^6A_2}$
------------------------------------	---------------------------------------

Apenas uma das respostas está correta. Elabore uma composição na qual:

- identifique a resposta correta;
- explique o raciocínio que conduz à resposta correta;
- proponha uma alteração na expressão da resposta incorreta, de modo a torná-la correta;
- explique, no contexto do problema, a razão da alteração.

10. Seja  $n$  um número natural superior a 3.

Mostre que  $\frac{{}^{n+1}A_5}{{}^nC_3} + 12n + 12 = 6(n^2 - 1)$ .

**FIM DO TESTE**

### COTAÇÕES (Caderno 2)

Item						
Cotação (em pontos)						
6.	7.	8.1.	8.2.	9.	10.	
8	8	8	17	17	17	75
TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)						200