

## TESTE DE AVALIAÇÃO – 11.º ANO

NOME: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_ ANO LETIVO: \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_

**DURAÇÃO DO TESTE: 90 MINUTOS**

O teste é constituído por dois grupos. O Grupo I é constituído por itens de escolha múltipla e o Grupo II é constituído por itens de construção.

### GRUPO I

**Este grupo é constituído por itens de escolha múltipla.  
Para cada item, seleciona a opção correta.**

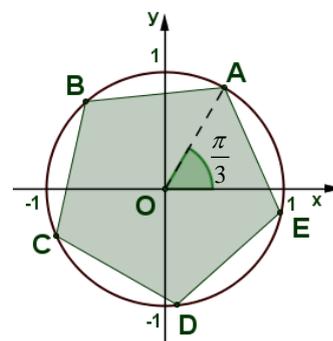
1. O polígono regular da figura está inscrito na circunferência trigonométrica. Quais são, em radianos, as amplitudes positivas dos arcos cujas extremidades são o ponto de coordenadas (1,0) e cada um dos vértices do polígono?

(A)  $\frac{\pi}{3}, \frac{11\pi}{15}, \frac{17\pi}{15}, \frac{23\pi}{15}, \frac{29\pi}{15}$

(C)  $\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{6}, \frac{8\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}, \frac{14\pi}{6}$

(B)  $\frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}$

(D)  $\frac{\pi}{3}, \frac{8\pi}{15}, \frac{11\pi}{15}, \frac{14\pi}{15}, \frac{17\pi}{15}$



2. Indica o valor da expressão  $\frac{\sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right)}{\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) - \tan\left(-\frac{11\pi}{6}\right)}$ .

(A) 1

(B)  $-\sqrt{3}+1$

(C) 0

(D)  $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

3. Considera a função real de variável real definida por  $f(x) = 2 + 2\tan(3x)$ . O período positivo mínimo da função  $f$  é:

(A)  $\frac{\pi}{2}$

(B)  $\pi$

(C)  $2\pi$

(D)  $\frac{\pi}{3}$

4. Num referencial ortonormado do plano, os vetores  $\vec{u}(3,8)$  e  $\vec{v}\left(-\frac{3}{2},-4\right)$  são

- (A) colineares. (C) perpendiculares.  
(B) simétricos. (D) iguais.

5. Considera, num referencial ortonormado, a esfera definida por

$$(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-4)^2 \leq 14$$

Sabendo que  $[AB]$  é um diâmetro e que  $A$  tem coordenadas  $(0,1,1)$ , quais são as coordenadas de  $B$ ?

- (A)  $(-3,2,7)$  (C)  $(-3,6,5)$   
(B)  $(-2,5,7)$  (D)  $(-4,6,5)$

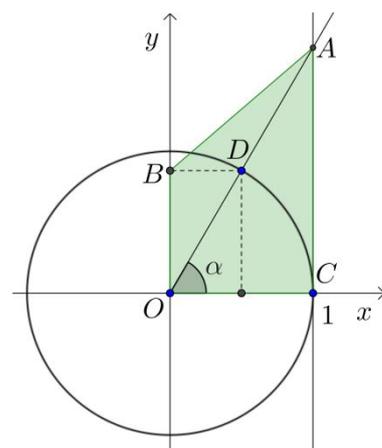
## GRUPO II

Este grupo é constituído por itens de construção. Nas respostas aos itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que efetuares e todas as justificações necessárias.

1. No referencial ortonormado  $Oxy$  da figura estão representados:

- a circunferência trigonométrica;
- a reta  $r$ , de equação  $x=1$ ;
- a semirreta  $\hat{O}A$ , sendo  $A$  um ponto móvel pertencente a  $r$ ;
- o ponto  $D$ , ponto de interseção de  $\hat{O}A$  com a circunferência;
- o ponto  $B$ , pertencente ao eixo das ordenadas;
- o ponto  $C$ , ponto de interseção da reta  $r$  com o eixo  $Ox$ .

Sabe-se ainda que a reta  $BD$  é paralela ao eixo das abcissas e que a reta  $AC$  é paralela ao eixo das ordenadas.



Para cada posição do ponto  $A$ , seja  $\alpha$  a amplitude do ângulo orientado que tem por lado origem o semieixo positivo  $Ox$  e lado extremidade a semirreta  $\hat{O}A$ , com  $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ .

1.1 Mostra que a área do quadrilátero  $[ABOC]$  é dada, em função de  $\alpha$ , pela expressão:

$$A(\alpha) = \frac{\sin \alpha}{2} \left( \frac{1}{\cos \alpha} + 1 \right)$$

1.2 Seja  $\theta \in \left] 0, \frac{\pi}{2} \right[$  tal que  $\tan(\pi + \theta) = \sqrt{3}$ . Determina o valor exato de  $A(\theta)$ .

1.3 Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determina, com arredondamento às centésimas, o valor de  $\alpha$  para o qual a área do quadrilátero  $[ABOC]$  é igual a 1.

Na tua resposta, apresenta a representação gráfica observada na calculadora e assinala o(s) ponto(s) relevante(s) para a resolução.

2. A função  $g$ , de domínio  $\mathbb{R}$ , define-se pela seguinte expressão analítica:

$$g(x) = -1 + \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

2.1 Determina o contradomínio da função  $g$ .

2.2 Recorrendo à linguagem das transformações simples de funções, descreve como se pode obter o gráfico de  $g$  a partir do gráfico da função cosseno.

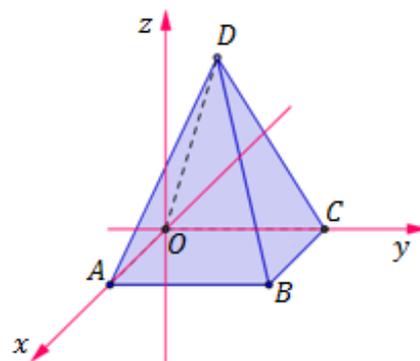
2.3 Indica o máximo e o mínimo da função  $g$  e determina as expressões gerais dos respetivos maximizantes e minimizantes.

2.4 Estuda  $g$  quanto à monotonia no intervalo  $\left[0, \frac{7\pi}{3}\right]$ .

3. Na figura ao lado está representada a pirâmide  $[ABCOD]$ . Relativamente ao referencial ortonormado  $Oxyz$  tem-se  $A(4, 0, 0)$ ,  $B(4, 4, 0)$ ,  $C(0, 4, 0)$  e  $D(2, 2, 7)$ .

Determina a amplitude do ângulo das retas que contêm as arestas  $[AB]$  e  $[AD]$ .

Apresenta o resultado arredondado às unidades.



4. Considera a circunferência definida por  $(x-1)^2 + (y+4)^2 = 25$ , num referencial o.n. do plano.

4.1 Indica as coordenadas do centro da circunferência.

4.2 Determina as coordenadas do ponto  $A$ , ponto de interseção da circunferência com o eixo horizontal, que tem abcissa positiva.

4.3 Determina a equação reduzida da reta tangente à circunferência no ponto  $A$ .

(Caso não tenhas resolvido a alínea anterior, considera  $A(4,0)$ ).

5. Sejam  $A$  e  $B$  dois pontos do espaço e  $M$  o ponto médio do segmento de reta  $[AB]$ .

Identifica o conjunto dos pontos  $P$  do espaço tais que:

5.1  $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$

5.2  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{MP} = 0$

FIM

**Cotações**

Grupo I	Grupo II													Total
	1.1	1.2	1.3	2.1	2.2	2.3	2.4	3	4.1	4.2	4.3	5.1	5.2	
$5 \times 10 = 50$	15	15	10	10	10	10	10	20	5	15	10	10	10	200

## Critérios específicos de classificação

### GRUPO I

1. a 5. .... 5 × 10 pontos ..... 50 pontos

Itens	1	2	3	4	5
Opções corretas	A	C	D	A	B

### GRUPO II

1.1 ..... 15 pontos

Referir que  $\overline{BO} = \sin \alpha$  ..... 2 pontos

Referir que  $\overline{CA} = \tan \alpha$  ..... 3 pontos

Escrever  $A_{[ABOC]} = \frac{\sin \alpha + \tan \alpha}{2} \times 1$  (ou equivalente) ..... 5 pontos

Obter  $A(\alpha) = \frac{\sin \alpha}{2} \left( \frac{1}{\cos \alpha} + 1 \right)$  ..... 5 pontos

1.2 ..... 15 pontos

Escrever  $\tan \theta = \sqrt{3}$  ..... 3 pontos

Obter  $\cos \theta = \frac{1}{2}$  ..... 5 pontos

Obter  $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$  ..... 5 pontos

Calcular a área  $\left( \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2 \right)$  ..... 2 pontos

1.3 ..... 10 pontos

Apresentar o gráfico da função ..... 3 pontos

Representar graficamente a reta de equação  $y = 1$  ..... 2 pontos

Assinalar o ponto de interseção dos gráficos ..... 2 pontos

Apresentar o valor pedido (0,89 radianos) ..... 3 pontos

2.1 ..... 10 pontos

$[-2,0]$

**2.2 ..... 10 pontos**

Referir a translação associada ao vetor de coordenadas  $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$  ..... 5 pontos

Referir a translação associada ao vetor de coordenadas  $(0, -1)$  ..... 5 pontos

**Nota:** Em alternativa, o aluno pode referir apenas a translação associada ao vetor de coordenadas  $\left(\frac{\pi}{3}, -1\right)$ .

**2.3 ..... 10 pontos**

Indicar o máximo absoluto  $(0)$  ..... 2 pontos

Indicar o mínimo absoluto  $(-2)$  ..... 2 pontos

Indicar a expressão dos maximizantes  $\left(x = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$  ..... 3 pontos

Indicar a expressão dos minimizantes  $\left(x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right)$  ..... 3 pontos

**2.4 ..... 10 pontos**

Indicar que a função é crescente em  $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$  e em  $\left[\frac{4\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}\right]$  ..... 6 pontos

Indicar que a função é decrescente em  $\left[\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right]$  ..... 4 pontos

**3. .... 20 pontos**

Determinar as coordenadas de  $\overrightarrow{AB}$   $((0, 4, 0))$  ..... 2 pontos

Determinar as coordenadas de  $\overrightarrow{AD}$   $((-2, 2, 7))$  ..... 2 pontos

Obter  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$   $(8)$  ..... 3 pontos

Determinar  $\|\overrightarrow{AB}\|$   $(4)$  ..... 3 pontos

Determinar  $\|\overrightarrow{AD}\|$   $(\sqrt{57})$  ..... 3 pontos

Determinar  $\cos\left(\widehat{\overrightarrow{AB} \overrightarrow{AD}}\right)$   $\left(\frac{2}{\sqrt{57}}\right)$  ..... 5 pontos

Concluir que  $\cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{57}}\right) \approx 75^\circ$  ..... 2 pontos



4.1 ..... 5 pontos

$(1, -4)$

4.2 ..... 15 pontos

Substituir  $y$  por 0 na equação da circunferência ..... 2 pontos

Obter  $(x-1)^2 = 9$  ..... 5 pontos

Obter  $x = 4$  ..... 5 pontos

Indicar as coordenadas pedidas  $((4, 0))$  ..... 3 pontos

4.3 ..... 10 pontos

Apresentar uma condição vetorial para a reta tangente ..... 3 pontos

Obter  $3(x-4) + 4y = 0$  ..... 5 pontos

Obter  $y = -\frac{3}{4}x + 3$  ..... 2 pontos

5.1 ..... 10 pontos

Superfície esférica de diâmetro  $[AB]$

5.2 ..... 10 pontos

Plano mediador de  $[AB]$

TOTAL ..... 200 pontos