**GRUPO I**

* Os cinco itens deste grupo são de escolha múltipla. Em cada um deles, são indicadas quatro opções, das quais só uma está correta.
* Escreva na sua folha de respostas apenas o número de cada item e a letra correspondente à opção que selecionar para responder a esse item.
* Não apresente cálculos nem justificações.
* Se apresentar mais do que uma opção, a resposta será classificada com zero pontos, o mesmo acontecendo se a letra transcrita for ilegível.

**1.** Considere, fixado um referencial cartesiano do espaço, os pontos ,  e . A amplitude do ângulo *BAC* é igual a:

**(A)** 30º **(B)** 60º **(C)** 120º **(D)** 150º

**2.** De duas funções *f* e *g*, de domínio IR, sabe-se que:

* *f* é uma função ímpar e injetiva;
* *g* é uma função par;
* **

Qual é o valor de ?

**(A)** 2 **(B)** – 2 **(C)** 3 **(D)** – 3

**3.** Considere, num referencial o.n. *xOy*, o gráfico de uma função *f*, de domínio IR, e os pontos  e . Sabe-se que a reta *AB* é tangente ao gráfico de *f* no ponto de abcissa 1.

Então, pode-se afirmar que:

**(A)**  e  **(B)**  e 

**(C)**  e  **(D)**  e 

**4.** Seja  a sucessão definida por recorrência do seguinte modo:



A soma dos 100 primeiros termos de  é igual a:

**(A)** 100 **(B)** – 100 **(C)** 0 **(D)** 19 900

**5.** Considere, num referencial o.n. *Oxyz*, o plano *α* de equação  e a reta *r* definida por .

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

**(A)** A reta *r* está contida no plano *α*.

**(B)** A reta *r* é estritamente paralela ao plano *α*.

**(C)** A reta *r* é concorrente e perpendicular ao plano *α*.

**(D)** A reta *r* é concorrente e não perpendicular ao plano *α*.

**GRUPO II**

Nas respostas aos itens deste grupo, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

**Atenção:** quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

**1.** Considere o quadrado [*ABCD*] representado na figura 1. Os pontos *P* e *Q* pertencem aos lados [*AB*] e [*BC*], respetivamente.

Figura 1

Sabe-se ainda que:

* 
* 

**1.1.** Prove que os vetores  e  são perpendiculares.

**1.2.** Seja  amplitude do ângulo *BPD*.

Determine o valor exato de .

**1.3.** Fixado um referencial ortonormado do plano, são conhecidas as coordenadas dos pontos *A*, *Q* e *C*: , e .

**1.3.1.** Mostre que .

**1.3.2.** Determine as coordenadas do ponto *B* .

**2.** Considere a função *f*, de domínio IR \ {1}, definida por .

**2.1.** Resolva analiticamente a condição .

Apresente o conjunto-solução usando a notação de intervalo de números reais.

**2.2.** Considere os pontos *A*, *B* e *C* tais que:

* *A* é o ponto de interseção das assíntotas do gráfico de *f*;
* *B* e *C* são os pontos de interseção das assíntotas do gráfico de *f* com a bissetriz dos quadrantes ímpares.

Determine a área do triângulo [*ABC*]

**3.** Na figura 2 está representada, em referencial o.n. *Oxyz*, uma pirâmide quadrangular [*OABCV*] e uma reta *r*.

Figura 2

Sabe-se que:

* a reta *r* é definida pelas equações ;
* o ponto *V* pertence à reta *r* e tem todas as coordenadas não negativas
* o ponto *A* pertence ao eixo *Ox* e tem abcissa igual à do ponto *V*;
* o ponto *C* pertence ao eixo *Oy* e tem ordenada igual à do ponto *V*;
* o ponto *B* é a projeção ortogonal do ponto *V* no plano *xOy*.

**3.1.** Sendo *x* a abcissa do ponto *V*, mostre que o volume da pirâmide, em função de *x*, é dado por , com .

**3.2.** Utilizando a função derivada de *V* e recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, determine o volume máximo da pirâmide.

**3.3.** Determine o volume da pirâmide, sabendo que a reta *r* é perpendicular ao plano *AVC*.

**FIM**

**COTAÇÕES**

GRUPO I (5 × 10 pontos) 50 pontos

GRUPO II

**1.** 65 pontos

**1.1.** 20 pontos

**1.2.** 15 pontos

**1.3.** 30 pontos

**1.3.1.** 10 pontos

**1.3.2.**  20 pontos

**2.**  35 pontos

**2.1.** 20 pontos

**2.2.** 15 pontos

**3.** 50 pontos

**3.1.** 15 pontos

**3.2.** 20 pontos

**3.3.** 15 pontos

 Total 200 pontos