FICHA DE TRABALHO 12 **Amostras bivariadas. Reta de mínimos quadrados e coeficiente de correlação linear**

NOME: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ N.º:\_\_\_\_\_\_ TURMA: \_\_\_\_\_\_\_\_\_ DATA: \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

1. As figuras seguintes mostram nuvens de pontos representativas de quatro amostras bivariadas

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **I** | | **II** | | **III** | | **IV** | |
|  | |  | |  | |  | |

* 1. Indique as nuvens de pontos que traduzem associações lineares positivas entre as variáveis.
  2. Indique as duas nuvens de pontos que traduzem associações lineares mais fracas.
  3. Associe cada nuvem de pontos aos seguintes coeficientes de correlação linear:

1. *r = 0,24* **B)** *r = – 0,77* **C)** *r = – 0,93* **D)** *r = – 0,98*
2. Uma empresa fez um estudo sobre o investimento em publicidade usando uma amostra de um grupo de empresas de um determinado setor de atividade. Os dados apurados encontram-se na tabela seguinte.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Empresa | A | B | C | D | E |
| Investimento (milhares de euros) | 7 | 9 | 13 | 16 | 18 |
| Vendas (milhares de euros) | 84 | 101 | 142 | 165 | 221 |

* 1. Marque, num referencial ortogonal, os pontos que representam os elementos da amostra.
  2. Indique a variável explicativa e a variável resposta.
  3. Conclua sobre o tipo de associação entre as variáveis investimento e vendas.
  4. Calcule a média e o desvio-padrão de cada variável.

1. Considere os pontos *A*(2, 21) , *B*(6, 11) e *C*(10, 3) e a reta *r* de equação *y*.
   1. Determine o desvio vertical de cada um dos pontos em relação à reta *r*.
   2. Determine a soma dos desvios e a soma dos quadrados dos desvios.
   3. Considere a amostra definida por . Deduza a equação reduzida da reta que minimiza a soma dos quadrados dos desvios verticais e cuja soma dos desvios verticais seja zero.
2. Numa amostra bivariada com *n* elementos, sabe-se que: e   
   e e e . Determine:
3. o número de elementos da amostra.
4. a equação reduzida da reta de mínimos quadrados.
5. o coeficiente de correlação linear, caracterizando a associação entre as variáveis.
6. O Gabriel usou o computador para obter o coeficiente de correlação linear entre duas variáveis e *y* a partir de uma amostra com 20 elementos.

Quando foi conferir os dados reparou que se tinha enganado ao introduzir dois pares de observações. Inseriu (6, 9) e (8, 7) em vez de (8, 6) e ( 7, 9) e obteve:

Qual é o valor correto do coeficiente de correlação linear?

1. Um professor registou o número de faltas que um grupo de alunos deu no decorrer do ano e a classificação obtida no teste global do 3.º período (na escala de 0 a 200 ) .

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Aluno | A | B | C | D | E | F |
| Número de faltas | 6 | 7 | 4 | 3 | 9 | 12 |
| Classificação no teste global | 176 | 121 | 134 | 145 | 104 | 82 |

* 1. Represente, num referencial ortogonal, os pontos correspondentes aos pares de valores indicados na tabela.
  2. Deduza uma equação reduzida da reta que melhor se ajusta aos pontos.
  3. Utilize a equação da reta obtida em 6.2 para prever a classificação no teste global de um aluno que teve 10 faltas no decorrer do ano.

1. Num estudo sobre o teor de fósforo na água, em mg/L , à entrada e à saída de estações de tratamento de águas residuais (ETAR), obteve-se os seguintes resultados de uma amostra com cinco elementos.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ETAR | A | B | C | D | E |
| X (teor de fósforo à entrada) | 4,4 | 6,6 | 7,3 | 6,5 | 5,8 |
| y (teor de fósforo à saída) | 3,1 | 4,7 | 5,4 | 4,6 | 4,2 |

* 1. Represente, num referencial ortogonal, os pontos correspondentes aos pares de valores indicados na tabela.
  2. Que tipo de associação se pode estabelecer entre as variáveis?
  3. Deduza a equação reduzida de uma reta que melhor se ajuste aos pontos. Apresente valores aproximados às centésimas.
  4. Utilize a equação da reta obtida em 7.3 para prever o teor de fósforo à saída de uma ETAR se o teor de fósforo à entrada for 5,1 mg/L .
  5. Determine o valor do coeficiente de correlação linear.
  6. Tendo em conta o valor obtido em 7.5, o que pode referir sobre a qualidade da previsão obtida em 7.4?
  7. Comente a seguinte afirmação: «Podemos utilizar a equação reduzida da reta obtida em 7.2 para prever o teor de fósforo à entrada de uma ETAR se à saída ele for de 6,1 mg/L . »
  8. De acordo com o Decreto-lei 236/98 de 1 de agosto, o valor máximo admitido (VMA) para o teor de fósforo na água para consumo humano é de 5,0 mg/L . Qual será a previsão para o máximo de teor de fósforo na água à entrada da ETAR de modo que não ultrapasse à saída aquele valor?