FICHA DE AVALIAÇÃO 4

Grupo I

1 A **2** D **3** C **4** B **5** D

Grupo II

1 **1.1** $p = 224$

1.2 $\left|u_n + \frac{1}{2}\right| < \delta, \delta > 0$ é possível em $\mathbb{N}$ e tem como conjunto solução $S = \mathbb{N} \cap \left]\frac{9-\delta}{4\delta}, +\infty\right[$.

Fazendo p igual ao menor elemento de S, tem-se $\forall n, p \in \mathbb{N}, n \geqslant p \Rightarrow \left|u_n + \frac{1}{2}\right| < \delta$.

2 **2.1** Para n par, tem-se $\lim u_n = \lim\left(2 - \underbrace{\frac{1}{n+1}}_{\to 0}\right) = 2$.

Para n ímpar, $\lim u_n = \lim\left(2 - \underbrace{\frac{1}{n+1}}_{\to 0}\right) = 2$.

Logo, (u_n) converge para 2.

2.2 (u_n) não é monótona, pois $u_1 = 2 + \frac{1}{2} > u_2 = 2 - \frac{1}{3}$ mas $u_2 = 2 - \frac{1}{3} < u_3 = 2 + \frac{1}{4}$.

3 $a = 2\sqrt{2}$

4 **a)** $-\frac{3}{2}$

b) $\frac{1}{4}$

5 **a)** $\frac{1}{5}$

b) $-\infty$

6 **6.1** Tem-se que $a_1 = A_{[ABCD]} = a^2$, $a_2 = A_{[EFGH]} = \frac{a}{2} \times \frac{a}{2} = a^2 \times \frac{1}{4}$ e $a_3 = A_{[IJKL]} = \frac{a}{4} \times \frac{a}{4} =$
$= a^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2$; e assim sucessivamente. Logo, $a_n = a^2 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$.

6.2 $\begin{cases} a_1 = a^2 \\ a_{n+1} = \frac{1}{4} a_n \end{cases}$

6.3 3 m por 3 m

6.4 **6.4.1** $v_n = \frac{3a^2}{16}\left(\frac{1}{4}\right)^{n-1}$

6.4.2 $\lim S_n = \lim \frac{3a^2}{16} \times \frac{1 - \left(\frac{1}{4}\right)^n}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{a^2}{4}$; no contexto do problema, este valor representa a quarta parte da área do quadrado $[ABCD]$.