Nome: ____

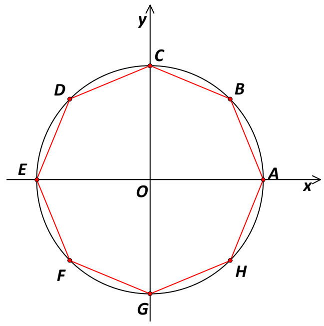
Ano / Turma: _________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

GRUPO I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, seleciona a única opção correta.
Escreve, na folha de respostas:
- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresentes cálculos nem justificações.

1. No referencial da figura está representado um octógono regular $[ABCDEFGH]$ inscrito numa circunferência de centro O.



O lado origem de um ângulo orientado é o semieixo positivo das abcissas e a medida da amplitude do ângulo, em radianos, é $-\dfrac{37\pi}{4}$.

Qual é o lado extremidade do ângulo?

(A) $\dot{O}B$ **(B)** $\dot{O}F$ **(C)** $\dot{O}D$ **(D)** $\dot{O}H$

2. Sabe-se que $\operatorname{tg}\alpha = -3 \;\wedge\; \alpha \in \left]0, \dfrac{3\pi}{2}\right[$.

Qual é o valor de $\sin\alpha$?

(A) $\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$ **(B)** $-\dfrac{\sqrt{10}}{10}$ **(C)** $\dfrac{3}{10}$ **(D)** $\dfrac{\sqrt{10}}{10}$

3. Seja θ um valor pertencente ao intervalo $\left]-\dfrac{3\pi}{2}, -\pi\right[$.

Qual das expressões seguintes representa um número real negativo?

(A) $\sin\theta - \cos\theta$ **(B)** $\cos\theta + \operatorname{tg}\theta$ **(C)** $1 - \sin\theta$ **(D)** $\sin\theta - \operatorname{tg}\theta$

4. Considera a equação trigonométrica $2 + 3\sin x = 0$
A equação dada em qual dos seguintes intervalos tem uma e uma só solução?

(A) $\left[0, \dfrac{7\pi}{6}\right]$ **(B)** $\left[-\pi, \dfrac{\pi}{2}\right[$ **(C)** $\left]-\dfrac{3\pi}{2}, -\dfrac{\pi}{2}\right[$ **(D)** $[-2\pi, 0[$

5. Seja f uma função de domínio $\mathbb{R}$ e período positivo mínimo $\dfrac{\pi}{2}$.

Qual das seguintes expressões pode corresponder a $f(x)$?

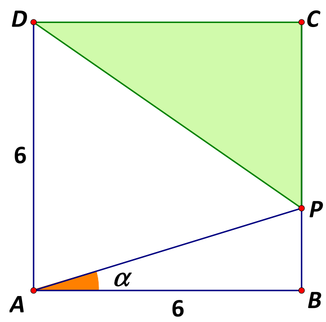
(A) $2 - \cos(-4x)$ **(B)** $4\cos(x)$ **(C)** $\sin\left(\dfrac{x}{4}\right)$ **(D)** $4\sin(2x)$

GRUPO II

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.
Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o **valor exato**.

1. Na figura está representado o quadrado [*ABCD*] de lado 6.

O ponto *P* desloca-se sobre o lado [*BC*] de *B* a *C* sem coincidir com os extremos, $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{4}\right[$.



Seja $A(\alpha)$ a área, em função de α, do triângulo [*CDP*].

1.1. Mostra que $A(\alpha) = 18(1 - \operatorname{tg}\alpha)$.

1.2. Determina $\cos\alpha$, sabendo que $A(\alpha) = 10$.

2. Determina os valores de $k \in \mathbb{R}$ para os quais se tem $\operatorname{tg}\theta = k^2 + \frac{5k}{2} \wedge \theta \in \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right]$.

3. Considera a expressão

$$P(\alpha) = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) - 2\cos(\pi + \alpha) + \sin(4\pi - \alpha) - \operatorname{tg}(-\alpha - \pi)$$

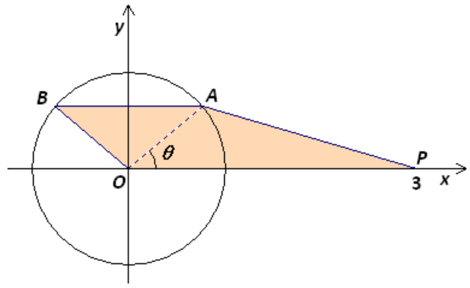
Calcula o valor de $P(\alpha)$ sabendo que $4\sin(-\pi - \alpha) = -3$ e $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right[$.

4. Considera a função *f*, real de variável real, definida por $f(x) = 3\operatorname{tg}\left(\frac{x}{3}\right)$.

4.1. Determina o domínio de *f*.

4.2. Resolve a equação $f(x) = \sqrt{3}$ e indica as soluções pertencentes ao intervalo $[0, 2\pi]$.

5. Na figura, em referencial o.n. xOy está representado o círculo trigonométrico e um quadrilátero [*ABOP*].



Sabe-se que:

- o ponto P tem de coordenadas (3, 0);
- A e B são pontos da circunferência tais que $AB//Ox$;
- θ é a amplitude em radianos do ângulo POA $\left(\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[\right)$.

Seja f a função de domínio $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$, definida por

$$f(x) = \frac{\sin x (3 + 2\cos x)}{2}.$$

5.1. Mostra que a área do quadrilátero [*ABOP*] é dada por $f(\theta)$.

5.2. Para um determinado valor de θ, sabe-se que $\operatorname{tg}(\pi - \theta) = -3$. Determina a área do quadrilátero [*ABOP*] para esse valor de θ.

5.3. Resolve a equação $f(x) = 2\sin x$ e $x \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

5.4. Recorre às capacidades gráficas da calculadora e determina os valores de θ para os quais a área do quadrilátero [*ABOP*] é não inferior a 1,55.

Apresenta o resultado na forma de intervalo fechado, sendo os extremos valores arredondados às décimas.

Na tua resposta deves apresentar:

- representações gráficas visualizadas na calculadora;

- os pontos relevantes na resolução do problemas assinalados na representação gráfica e respetivas coordenadas (com 2 c.d.).

FIM

	Cotações										Total
Grupo I	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**						
	10	10	10	10	10						**50**
Grupo II	**1.1.**	**1.2.**	**2.**	**3.**	**4.1.**	**4.2.**	**5.1.**	**5.2.**	**5.3.**	**5.4.**	
	10	15	20	20	10	15	15	15	15	15	**150**
											200

FORMULÁRIO

GEOMETRIA

Comprimento de um arco de circunferência

αr (α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio*)

Áreas de figuras planas

Losango: $\dfrac{Diagonal\ maior \times Diagonal\ menor}{2}$

Trapézio: $\dfrac{Base\ maior + Base\ menor}{2} \times Altura$

Polígono regular: $Semiperímetro \times Apótema$

Setor circular: $\dfrac{\alpha r^2}{2}$ (α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio*)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (*r – raio da base; g – geratriz*)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$ (*r – raio*)

Volumes

Pirâmide: $\dfrac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Cone: $\dfrac{1}{3} \times Área\ da\ base \times Altura$

Esfera: $\dfrac{4}{3}\pi r^3$ (*r – raio*)