Novo Espaço – Matemática A 11.º ano

Proposta de Teste Intermédio [Novembro 2015]

Nome: ____

Ano / Turma: __________ **N.º:** _____ **Data:** ___ - ____ - ___

- Não é permitido o uso de corretor. Deves riscar aquilo que pretendes que não seja classificado.
- Para cada resposta, identifica o grupo e o item.
- Apresenta as tuas respostas de forma legível.
- Apresenta apenas uma resposta para cada item.
- A prova inclui um formulário.
- As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado da prova.

GRUPO I

Na resposta aos itens deste grupo, seleciona a opção correta. Escreve, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

1. Qual das seguintes expressões representa um número negativo, para qualquer x pertencente ao intervalo $\left]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right[$?

(A) $\tan(2x)\cos(x)$ **(B)** $\tan(x)\sin(2x)$

(C) $1+\cos(2x)$ **(D)** $\tan(x)+\sin(2x)$

2. Considera a equação $3\sin x - 2 = 0$. Em qual dos seguintes intervalos a equação dada é impossível?

(A) $\left]\frac{\pi}{6}, \pi\right[$ **(B)** $\left]-\pi, \frac{\pi}{6}\right[$

(C) $\left]-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}\right[$ **(D)** $\left]\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}\right[$

3. No plano, em relação a um referencial ortonormado *Oxy*, são dadas duas retas perpendiculares *r* e *s*. Sabe-se que:

- o declive da reta *r* é designado por *m*, sendo $m \neq 0$;
- a inclinação da reta *s* é designada por θ.

Então, o valor de $\tan\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$ é necessariamente igual a:

(A) $-\frac{1}{m}$ **(B)** m

(C) $\frac{1}{m}$ **(D)** $-m$

4. No espaço, em relação a um referencial ortonormado *Oxyz*, a reta *r* é definida pelo seguinte sistema de equações: $x = y - 1 \ \wedge \ z = 3$

Um vetor $\vec{u}$ com a direção da reta *r* tem coordenadas:

(A) $(-3,-3,0)$ **(B)** $(1,2,3)$

(C) $(1,1,3)$ **(D)** $(1,2,0)$

5. No espaço, em referencial ortonormado *Oxyz*, considera a esfera definida por $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \leq 8$ e a reta *r* definida pela equação $(x,y,z) = (-1,0,1) + k(-2,0,1)$, $k \in \mathbb{R}$.

A interseção da reta *r* com a esfera é um segmento de reta em que a medida do comprimento é:

(A) 4 **(B)** $4\sqrt{2}$

(C) 16 **(D)** $\sqrt{8}$

6. No espaço, em referencial ortonormado Oxyz, o plano α é definido pela equação $3x - y + z = 5$. Seja *r* a interseção do plano α com o plano *yOz*.

O ponto *P* pertence à reta *r*. Então, as coordenadas de *P* podem ser:

(A) $(1,0,4)$ **(B)** $(0,3,2)$

(C) $(2,1,0)$ **(D)** $(0,-1,4)$

GRUPO II

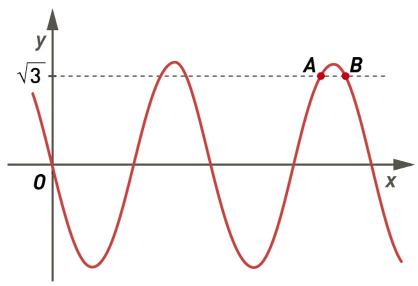
Na resposta aos itens deste grupo apresenta todos os cálculos que tiveres de efetuar e todas as justificações necessárias.

Quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresenta sempre o valor exato.

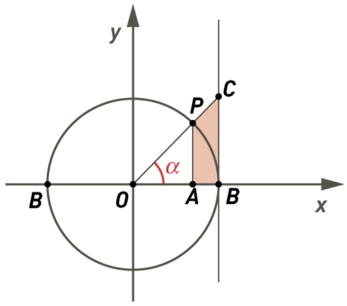
1. Na figura, em referencial ortonormado *Oxy*, está representada parte do gráfico da função *f*, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = 2\sin(-2x)$.

1.1. Determina os zeros de *f*.

1.2. Os pontos *A* e *B*, representados na figura, pertencem ao gráfico de *f* e têm ordenada $\sqrt{3}$.
Determina as abcissas de *A* e de *B*, sabendo que pertencem ao intervalo $]\pi, 2\pi[$.



2. Na figura, em referencial ortonormado *Oxyz*, está representado o círculo trigonométrico e a reta *BC* definida pela equação $x=1$.



Sabe-se que:

- o ponto *P* pertence à circunferência que limita o círculo trigonométrico;
- $B\hat{O}P=\alpha$, com $\alpha \in \left]0,\frac{\pi}{2}\right[$;
- o ponto *C* é a interseção de *OP* com a reta de equação $x=1$;
- os pontos *A* e *B* pertencem a *Ox*;
- $AP\,//\,BC$

2.1. Determina $\overline{AP}+\overline{BC}$ se $\overline{AB}=\frac{1}{3}$.

2.2. Determina a área do trapézio [*ABCP*] se $\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)=-\frac{3}{5}$.

2.3. Mostra que a área do trapézio [*ABCD*], em função de α, é dada por $\frac{\sin^3\alpha}{2\cos\alpha}$.

3. No plano, em referencial ortonormado *Oxy*, considera a reta *r* definida pela equação $(x,y)=(-3,1)+k(2,-4)$, $k\in\mathbb{R}$ e os pontos $A(-1,2)$ e $B(5,-2)$.

3.1. Seja *P* o ponto de interseção da reta *r* com a bissetriz dos quadrantes ímpares. Determina as coordenadas do ponto *P*.

3.2. Seja α a amplitude, em graus, do ângulo formado pelas retas *AB* e *r*. Determina o valor de α. Apresenta o resultado arredondado às décimas.

3.3. O ponto *A* pertence à circunferência $x^2+(y-3)^2=2$.
Determina uma equação, na forma reduzida, da reta tangente à circunferência no ponto *A*.

4. No espaço, em referencial ortonormado *Oxyz*, considera a reta *r*, o plano α e o ponto *A*, tais que:

- a reta *r* é definida por: $\frac{x+1}{3}=y=z-1$
- o plano α é definido por: $x+2y-3z=1$
- o ponto *A* tem coordenadas $(-1,2,2)$.

4.1. Seja *s* a reta paralela a *r* e que passa em *A*. Determina as coordenadas do ponto de interseção de *s* com o plano *xOz*.

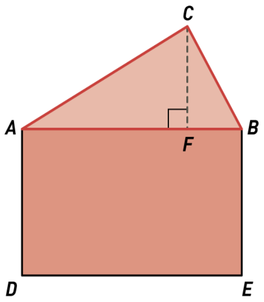
4.2. Representa por uma equação a superfície esférica de centro *A* e tangente ao plano α.

5. Considera, em referencial ortonormado *Oxyz*, a esfera definida por $x^2+(y+1)^2+(z-2)^2 \leq 16$. A área do círculo que resulta da interseção de um plano definido por $z=k$, $k \in \mathbb{R}$, é 9π .
Determina os valores de *k*.

6. Na figura está representado um triângulo [*ABC*] e um retângulo [*ADEB*].
Sabe-se que:

- $\overline{AD} = \overline{AF}$
- $CF \perp AB$
- a área do retângulo [*ADEB*] é 12.

Determina $\overrightarrow{AB} . \overrightarrow{AC}$.



FIM

Cotações													**Totais**
Grupo I	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**							
	10	10	10	10	10	10							**60**
Grupo II	**1.1**	**1.2**	**2.1**	**2.2**	**2.3**	**3.1**	**3.2**	**3.3**	**4.1**	**4.2**	**5.**	**6.**	
	10	10	10	10	10	15	15	10	15	15	10	10	**140**
													200

Formulário

GEOMETRIA

Comprimento de um arco de circunferência

αr (α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio*)

Áreas de figuras planas

Losango: $\frac{\text{Diagonal maior} \times \text{Diagonal menor}}{2}$

Trapézio: $\frac{\text{Base maior} + \text{Base menor}}{2} \times \text{Altura}$

Polígono regular: $\text{Semiperímetro} \times \text{Apótema}$

Setor circular: $\frac{\alpha r^2}{2}$ (α – *amplitude, em radianos, do ângulo ao centro; r – raio*)

Áreas de superfícies

Área lateral de um cone: $\pi r g$ (r – *raio da base; g – geratriz*)

Área de uma superfície esférica: $4\pi r^2$ (r – *raio*)

Volumes

Pirâmide: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Cone: $\frac{1}{3} \times \text{Área da base} \times \text{Altura}$

Esfera: $\frac{4}{3}\pi r^3$ (r – *raio*)