

Questões	Cotações														
	1.ª Parte								2.ª Parte						
Cotações	5	5	5	5	5	5	5	5	25	22	25	20	22	22	24

1.ª Parte

1. Aplicando o Teorema de Carnot (Lei dos cossenos) tem-se:

$$\overline{BC}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{AB}^2 - 2 \times \overline{AB} \times \overline{AC} \times \cos \widehat{BAC}$$

$$\overline{BC}^2 = 3^2 + 4^2 - 2 \times 4 \times 3 \times \cos 45^\circ \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 9 + 16 - 24 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \overline{BC}^2 = 25 - 12\sqrt{2}$$

Então, $\overline{BC} = \sqrt{25 - 12\sqrt{2}}$.

Opção (B)

2. Aplicando a lei dos senos tem-se:

$$\frac{\sin 71^\circ}{5,4} = \frac{\sin \widehat{ACB}}{4,2} \Leftrightarrow \sin \widehat{ACB} = \frac{4,2 \times \sin 71^\circ}{5,4} \Leftrightarrow \sin \widehat{ACB} \approx 0,7354$$

Então, $\widehat{ACB} \approx 47,3$.

Opção (D)

3. Atendendo a que A tem coordenadas (1, 0) e o triângulo [ACD] é equilátero, conclui-se que $\widehat{AOC} = 120^\circ$. Então, as coordenadas de C são $(\cos 120^\circ, \sin 120^\circ)$.

$$\cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2} \quad \text{e} \quad \sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad C \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

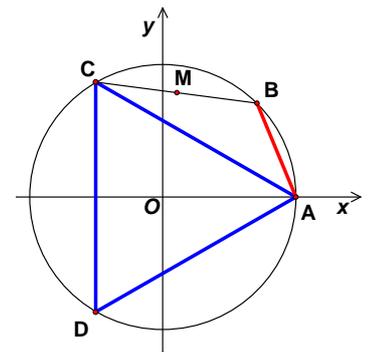
Como [AB] é o lado de um octógono regular inscrito na circunferência,

$$\widehat{AOB} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ.$$

Como $\cos 45^\circ = \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, tem-se $B \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$.

A abscissa do ponto M é $\frac{\frac{\sqrt{2}}{2} - 1}{2}$, ou seja, $\frac{\sqrt{2} - 1}{4}$.

Opção (A)



4. A resposta terá que ser do tipo $(-120^\circ, k)$ com $k \in \mathbb{Z}_0^-$ ou $(240^\circ, k)$ com $k \in \mathbb{Z}_0^+$.

Opção (C)

5. Sabe-se que a amplitude do arco e o seu comprimento são proporcionais.

$$\frac{9}{1,8} = \frac{P}{2\pi} \Leftrightarrow P = \frac{18\pi}{1,8} \Leftrightarrow P = 10\pi$$

Opção (A)

6. Sabe-se que $\sin \alpha = -0,4$.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow 0,16 + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = 0,84 \Leftrightarrow$$

$$\cos \alpha = \sqrt{\frac{84}{100}} \vee \cos \alpha = -\sqrt{\frac{84}{100}} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{21}}{10} \vee \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{21}}{10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5} \vee \cos \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$$

Como $\alpha \in 3.^\circ \text{Q.}$, então $\cos \alpha < 0$. Então, $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{21}}{5}$.

Assim, tem-se:

$$\cos(\alpha - \pi) = -\cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

Opção (A)

$$7. \sin(\pi + \alpha) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow -\sin \alpha = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \sin \alpha = -\frac{1}{3}$$

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{9} + \cos^2 \alpha = 1 \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{8}{9} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3} \vee \cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Como $\alpha \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$ tem-se $\cos \alpha > 0$. Assim, $\cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

Opção (C)

8. Sabe-se que $\sin(\pi - \alpha) = a \Leftrightarrow \sin \alpha = a$ e que $k, a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$$\text{Por outro lado, } \tan \alpha = k \Leftrightarrow \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = k \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{\sin \alpha}{k} \Leftrightarrow \cos \alpha = \frac{a}{k}.$$

Opção (B)

2.ª Parte

$$1. \quad \widehat{CD} = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ. \text{ Então, } \widehat{CBD} = \frac{72^\circ}{2} = 36^\circ$$
$$\widehat{EB} = 2 \times 72^\circ = 144^\circ. \text{ Então, } \widehat{ECD} = \frac{144^\circ}{2} = 72^\circ$$
$$\widehat{BPC} = 180^\circ - (36^\circ + 72^\circ) = 72^\circ$$

O triângulo [BCP] é isósceles, $\overline{BC} = \overline{PB}$.

O perímetro do pentágono é 20 m. Então, cada lado do pentágono mede 4 m.

Assim, tem-se:

$$\overline{BC} = \overline{PB} = 4 \text{ m}$$

Aplicando a lei dos senos, tem-se: $\frac{\sin 72^\circ}{4} = \frac{\sin 36^\circ}{\overline{PC}}$

Daqui resulta: $\overline{PC} = \frac{4 \sin 36^\circ}{\sin 72^\circ}$

Perímetro do triângulo [BCP]: $\overline{BC} + \overline{CP} + \overline{PB} = 4 + \frac{4 \sin 36^\circ}{\sin 72^\circ} + 4 = 8 + \frac{4 \sin 36^\circ}{\sin 72^\circ}$

Recorrendo à calculadora obtém-se: $\overline{BC} + \overline{CP} + \overline{PB} \approx 10,5 \text{ m}$

2.

2.1. $\overline{AC} = \overline{OC} - \overline{OA} = \tan \alpha - \sin \alpha = \tan \alpha - \frac{4}{5}$ (1)

Sabe-se que $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$.

Como $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, tem-se: $\cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} \Leftrightarrow \cos^2 \alpha = \frac{9}{25}$.

O ângulo α é do 1.º quadrante, então $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

Sabe-se que $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$, então $\tan \alpha = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{3}{5}} = \frac{4}{3}$.

Substituindo em (1), tem-se: $\overline{AC} = \frac{4}{3} - \frac{4}{5} = \frac{20 - 12}{15} = \frac{8}{15}$

2.2.

$$A(\alpha) = \frac{\overline{BC} + \overline{AP}}{2} \times \overline{AC} = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \times (\tan \alpha - \sin \alpha)$$

$$A(\alpha) = \frac{\tan \alpha + \cos \alpha \times \tan \alpha - \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{2} = \frac{\tan \alpha + \sin \alpha - \sin \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{2} = \frac{\tan \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{2}$$

$$A(\alpha) = \frac{\tan \alpha - \sin \alpha \cos \alpha}{2}$$

2.3. $A\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\tan \frac{\pi}{6} - \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{6}}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{24} = \frac{\sqrt{3}}{24}$

3.

3.1. $\sin \frac{11\pi}{3} - 2 \cos \frac{7\pi}{6} + \tan \frac{11\pi}{4}$

$$\sin \frac{11\pi}{3} - 2 \cos \frac{7\pi}{6} + \tan \frac{11\pi}{4} = \sin \left(\frac{12\pi}{3} - \frac{\pi}{3} \right) - 2 \cos \left(\pi + \frac{\pi}{6} \right) + \tan \left(\frac{12\pi}{4} - \frac{\pi}{4} \right)$$

$$= \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) + 2 \cos \left(\frac{\pi}{6} \right) + \tan \left(-\frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{2} - 1 = \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$$

3.2. $\cos \left(-\frac{39\pi}{6} \right) + \sin \left(\frac{17\pi}{2} \right) - 2 \tan \left(-\frac{45\pi}{4} \right) = \cos \left(\frac{39\pi}{6} \right) + \sin \left(8\pi + \frac{\pi}{2} \right) + 2 \tan \left(11\pi + \frac{\pi}{4} \right)$

$$= \cos \left(6\pi + \frac{\pi}{2} \right) + \sin \left(\frac{\pi}{2} \right) + 2 \tan \left(\frac{\pi}{4} \right) = 0 + 1 + 2 \times 1 = 3$$

4. Sabe-se que $\sin \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{2}{3}$ e $\alpha \in [0, \pi]$.

$$\sin \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right) = \frac{2}{3} \Leftrightarrow -\cos \alpha = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \cos \alpha = -\frac{2}{3}. \text{ Como } \alpha \in [0, \pi], \text{ conclui-se que } \alpha \text{ é um ângulo do 2.º}$$

quadrante.

$$\tan(\alpha - \pi) = \tan \alpha$$

$$\text{Sabe-se que } \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1; \sin^2 \alpha + \frac{4}{9} = 1 \Leftrightarrow \sin^2 \alpha = \frac{5}{9}$$

Como α pertence ao 2.º quadrante o seno é positivo. Então, tem-se: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

$$\text{Assim, tem-se } \tan(\alpha - \pi) = \tan \alpha = \frac{\frac{\sqrt{5}}{3}}{-\frac{2}{3}} = -\frac{\sqrt{5}}{2}.$$

FIM