Avaliação – Teste sumativo 3.º Período

Matemática A | 11.º Ano

Nome: ____ Turma: ____ Data: ____/____/____

Classificação: ___________________________ Professor: __________ Enc. Educação: ___________

<u>Temas</u>: Sucessões, Funções e Estatística

1. Considera uma sucessão (u_n), divergente.

Qual dos seguintes pode ser o termo geral de (u_n)?

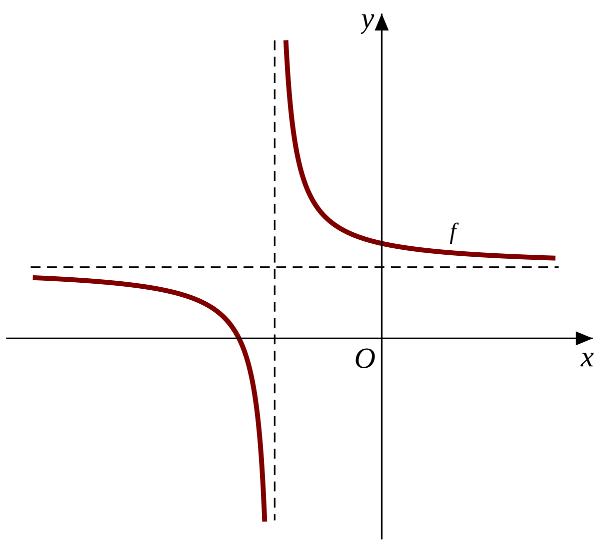
A $u_n = \frac{1}{n}$

B $u_n = \frac{(-1)^n}{n}$

C $u_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$

D $u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{-n}$

2. Na figura, está representada, em referencial o.n. Oxy, parte do gráfico de uma função, f, definida por uma expressão do tipo $f(x) = a + \frac{b}{x-c}$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$.



Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

A $a < 0$ e $c < 0$

B $a < 0$ e $c > 0$

C $a > 0$ e $c < 0$

D $a > 0$ e $c > 0$

3. Considera a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3-x}{x^2-1} & \text{se} \quad x<1 \\ 2 & \text{se} \quad x=1 \\ \dfrac{3x^2-3}{2x-2} & \text{se} \quad x>1 \end{cases}$$

Seja (w_n) a sucessão definida por $w_n=\dfrac{n}{n+1}$.

Qual é o valor de $\lim g(w_n)$?

A $-\infty$

B 1

C 2

D 3

4. Sejam f uma função de domínio $\mathbb{R}$ e r e s duas retas tais que:

- a reta r é secante ao gráfico de f nos pontos de abcissas -2 e 3;
- uma equação da reta s é $3y-x=3$;
- as retas r e s são perpendiculares.

Qual é o valor de $\text{t.m.v.}_{f;[-2,3]}$?

A -3

B $-\dfrac{1}{3}$

C $\dfrac{1}{3}$

D 3

5. Os tempos, em minutos, gastos pelos atletas que participaram num *trail* foram organizados na seguinte tabela de frequências absolutas acumuladas:

Tempo	$[90,100[$	$[100,110[$	$[110,120[$	$[120,130[$	$[130,140[$	$[140,150[$	$[150,160[$	$[160,170[$	$[170,180[$
N_i	24	69	124	191	224	251	266	275	280

Qual é o valor do percentil 80?

A ≈ 135

B ≈ 145

C 140

D 150

6. Considera a progressão geométrica (u_n), tal que a soma dos seus n primeiros termos é dada por

$$S_n = \frac{4}{3} \times \left(1 - \left(\frac{5}{2}\right)^{-n}\right), \ \forall n \in \mathbb{N}$$

6.1 Escreve o termo geral de (u_n), apresentando-o na forma $a \times b^n$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

6.2 Determina o valor de $\lim S_n$ e interpreta o valor obtido.

7. Considera a função h, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{2\}$, definida por $h(x) = 2 - \frac{x-4}{2x-4}$.

7.1 Determina as equações das assíntotas ao gráfico de h.

7.2 Determina o conjunto-solução da condição $h(x) \geq \frac{3x^2}{2x^2 - 8}$.

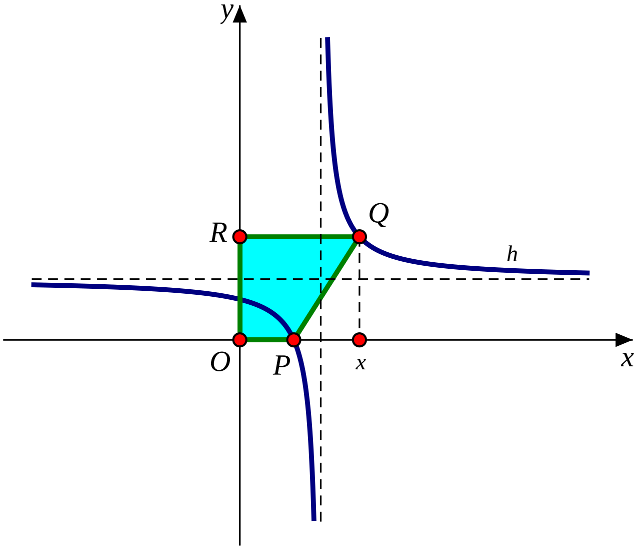
Apresenta o resultado na forma de intervalo ou união de intervalos.

7.3 Usando a definição de derivada num ponto, determina $h'(1)$.

7.4 Na figura, estão representados, em referencial o.n. Oxy, parte do gráfico da função h e o trapézio $[OPQR]$.

Sabe-se que:

- a abcissa do ponto P é o zero de h;
- o ponto R pertence ao eixo Oy;
- o ponto Q desloca-se sobre o gráfico de h, de modo que o lado $[QR]$ é sempre paralelo ao eixo Ox.



Seja A a função que dá a área do trapézio $[OPQR]$ em função da abcissa, x, do ponto Q, com $x > 2$.

7.4.1 Mostra que $A(x) = \dfrac{9x^2 - 16}{12x - 24}$.

7.4.2 Existe um valor para a abcissa do ponto Q tal que se o aumentarmos em uma unidade, a área do trapézio diminui 10%.

Recorrendo à calculadora gráfica, determina o valor dessa abcissa, arredondado às décimas.
Na tua resposta deves:

- apresentar uma equação que te permita resolver o problema;
- representar, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora e assinalar o(s) ponto(s) relevante(s) que te permite(m) resolver a equação.

8. Considera a função g, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 10x + 16}{8 - x^3} & \text{se} \quad x < 2 \\ \dfrac{1}{2} & \text{se} \quad x = 2 \\ \dfrac{\sqrt{2x} - 2}{x - 2} & \text{se} \quad x > 2 \end{cases}$$

Determina, caso existam, $\lim\limits_{x \to 2} g(x)$, $\lim\limits_{x \to -\infty} g(x)$ e $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

Carlos Andrade | José Carlos Pereira | Pedro Pimenta

9. Seja f uma função diferenciável em $\mathbb{R}$ tal que:

- $\lim\limits_{x \to 3} \dfrac{x^2 - 6x + 9}{\left(f(x) - f(3)\right)^2} = 4$;

- a reta r, tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 3, interseta o eixo Ox num ponto de abcissa negativa e o eixo Oy no ponto de ordenada -3.

Determina $f(3)$.

10. Um Centro de Estudos fez um pequeno estudo para analisar a relação entre médias finais nos testes das disciplinas Matemática A e de Física e Química A de seis dos seus alunos do 11º ano. Na tabela seguinte, apresentam-se as referidas médias, em que x é a média final da disciplina de Matemática A (variável explicativa) e y é a média final da disciplina de Física e Química A.

x	17,1	13	15,7	16,7	11	10,5
y	17,5	14,1	14,2	15,2	12,3	9,8

10.1. Usando a calculadora gráfica, determina a equação reduzida da reta regressão linear e indica o coeficiente de correlação linear, classificando a correlação. Apresenta os valores dos parâmetros da equação da reta arredondados as milésimas e o do coeficiente de correlação linear arredondado às décimas.

10.2 Mais tarde, o centro juntou os dados de mais um dos seus alunos e obteve a equação $y = 0{,}815x + 2{,}455$ para a reta dos mínimos quadrados. Sabe-se que a média final dos testes desse aluno na disciplina de Matemática A foi $16{,}1$ valores.

Determina, com uma casa decimal, o valor da média final desse aluno na disciplina de Física e Química A.

Nota ao professor: Caso pretenda utilizar o conjunto de itens apresentados como um teste, sugere-se a seguinte tabela de cotações:

1.	2.	3.	4.	5.	6.1	6.2	7.1	7.2	7.3	7.4.1	7.4.2	8.	9.	10.1	10.2	Total
10	10	10	10	10	14	14	14	14	13	13	13	14	14	14	13	200

FIM