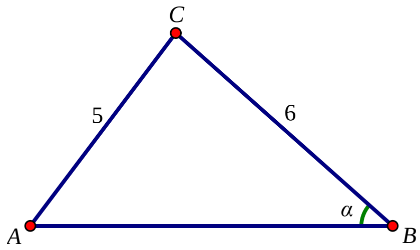
Itens para Avaliação sumativa – Novembro

Matemática A | 11.º Ano

Temas: Trigonometria e Funções Trigonométricas, Produto Escalar e Geometria

1. Na figura, está representado o triângulo $[ABC]$.



Sabe-se que $\overline{AC}=5$, $\overline{BC}=6$ e que $\cos\alpha=\frac{\sqrt{5}}{3}$, sendo α a amplitude do ângulo ABC.

Qual é o valor de $\overline{AB}$?

A $3+\sqrt{5}$

B $4+\sqrt{5}$

C $3+2\sqrt{5}$

D $4+2\sqrt{5}$

2. Seja $\alpha\in\left]-\pi,0\right[$ tal que $\operatorname{sen}\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)+2\cos(\alpha-3\pi)<0$.

Qual das seguintes expressões designa um número real positivo?

A $\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha$

B $\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{sen}\alpha$

C $\cos\alpha-\operatorname{sen}\alpha$

D $\operatorname{tg}\alpha\cos\alpha$

3. Para um certo valor real de α sabe-se que $(\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha)^2=\frac{1}{3}$.

Qual é o valor de $\operatorname{tg}\alpha+\frac{1}{\operatorname{tg}\alpha}$?

A -3

B $-\frac{3}{2}$

C $\frac{3}{2}$

D 3

4. Sejam $\vec{u}$, $\vec{v}$ e $\vec{w}$ três vetores de norma 1, tais que:

- $\vec{u}$ e $\vec{v}$ são perpendiculares;
- $4\vec{v}\cdot\left(2\vec{u}-\sqrt{3}\vec{w}\right)=6$.

Qual é a amplitude do ângulo formado pelos vetores $\vec{v}$ e $\vec{w}$?

A $\frac{5\pi}{6}$ **B** $\frac{2\pi}{3}$ **C** $\frac{\pi}{3}$ **D** $\frac{\pi}{6}$

5. Considera, em referencial o.n. $Oxyz$, a reta r e o plano α, definidos por:

$$r:(x,y,z)=(0,2,3)+k\left(3,a,-\frac{1}{2}\right),\ k\in\mathbb{R}$$

e

$$\alpha: bx-3y+12z=1$$

Sabendo que a reta r é paralela a plano α, qual é o valor de $(a-b)^3$?

A -2 **B** -8 **C** 2 **D** 8

6. Considera a função g, de domínio $\mathbb{R}$ e contradomínio $[-2,4]$, definida por

$$g(x)=k-2+k\,\text{sen}\left(\frac{x}{2}\right),\text{ com } k\in\mathbb{R}^+$$

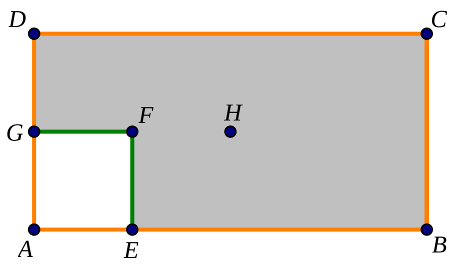
6.1 Mostra que $k=3$.

6.2 Determina, no intervalo $\left[-\pi,\frac{\pi}{2}\right[$, o conjunto-solução da equação $1-g(2x)=6\,\text{sen}\,x\cos x$.

6.3 Seja $\alpha\in\left]-\pi,0\right[$ tal que $\text{tg}\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\sqrt{2}}{4}$.

Determina o valor de $g(2\alpha+\pi)+\text{sen}(\pi+\alpha)$.

7. Na figura, estão representados o retângulo $[ABCD]$ e o quadrado $[AEFG]$.

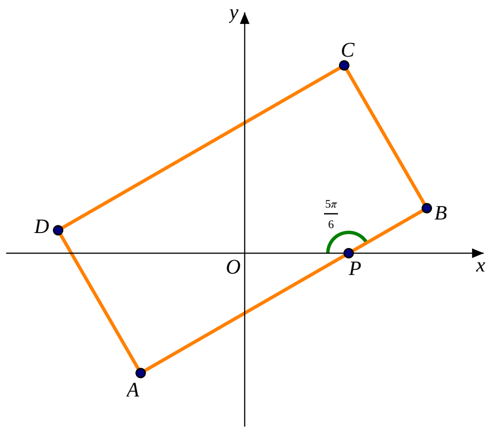


Sabe-se que:

- $\overline{AB} = 2\overline{AD}$;
- G é o ponto médio do lado $[AD]$ e H é o centro do retângulo $[ABCD]$.

7.1 Mostra que a área do hexágono $[EBCDGF]$ é dada por $\overrightarrow{GC} \cdot \overrightarrow{HB}$.

7.2 Na figura, está representado, em referencial o.n. Oxy, o retângulo $[ABCD]$.



Sabe-se que:

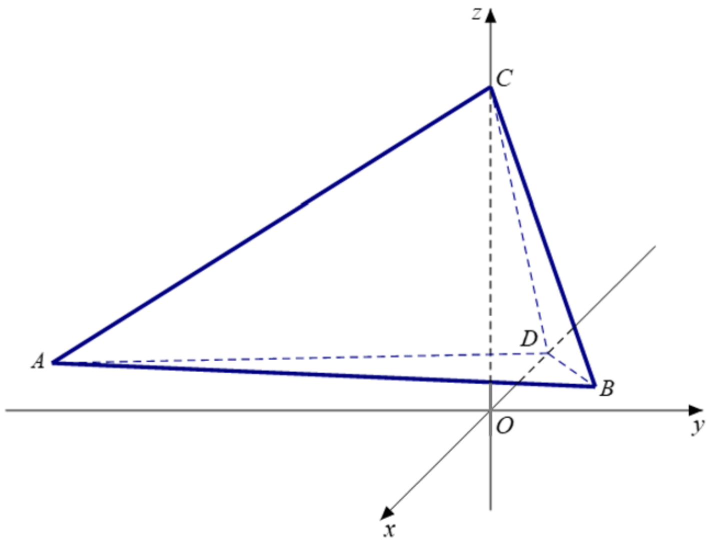
- as coordenadas do ponto A são $\left(-\sqrt{3}, -2\right)$;
- a reta AB intersecta o Ox no ponto P;
- a amplitude do ângulo OPB é $\frac{5\pi}{6}$.

7.2.1 Mostra que uma equação que define a reta AB é $3y - \sqrt{3}x + 3 = 0$.

7.2.2 Sejam $S\left(-\frac{7\sqrt{3}}{3}, -2\right)$ e R um ponto pertencente à reta AB.

Determina as coordenadas do ponto R de modo que as retas RS e AB sejam perpendiculares.

8. Considera, em referencial o.n. $Oxyz$, a pirâmide $[ABCD]$.



Sabe-se que:

- o ponto C pertence ao eixo Oz;
- $\overrightarrow{AC}(-4,4,2)$;
- $D(-2,0,0)$;
- uma equação do plano ABC é $2x+y+2z=8$.

8.1 Identifica o lugar geométrico dos pontos $P(x,y,z)$ do espaço que satisfazem a equação $\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{CP}=0$.

Escreve uma equação cartesiana deste lugar geométrico.

8.2 Determina uma equação cartesiana do plano CAD.

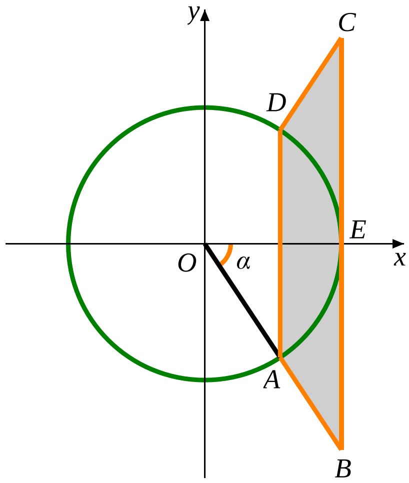
Apresenta a equação na forma $ax+by+cz+d=0$, com $a,b,c,d\in\mathbb{R}$.

Nota: Se não conseguiste determinar as coordenadas de C, considera que são $C(0,0,4)$.

8.3 Supõe que a área do triângulo $[ABC]$ é 12.

Determina o volume da pirâmide $[ABCD]$.

9. Na figura, estão representados, em referencial o.n. Oxy, a circunferência trigonométrica e o trapézio $[ABCD]$.



Sabe-se que:

- o ponto E pertence à circunferência trigonométrica e ao eixo Ox;
- os pontos A e D pertencem à circunferência trigonométrica e são simétricos em relação ao eixo Ox;
- a reta BC é tangente à circunferência trigonométrica no ponto E;
- os pontos B e C são simétricos em relação ao eixo Ox;
- α é a amplitude em radianos do ângulo EOA, com $\alpha \in \left]-\frac{\pi}{2}, 0\right[$.

Mostra que a área do trapézio $[ABCD]$ é dada, em função, de α por $-\operatorname{sen}^2 \alpha \operatorname{tg} \alpha$.

FIM