1. $4x-3y-16=0$

1.1. $\vec{n}_{ABC}=(4,\,-3,\,0)$

(A) $\vec{n}_{ABC}\cdot\vec{n}=(4,\,-3,\,0).(4,\,-3,\,0)=16+9=25\neq 0$

(B) $\vec{n}_{ABC}\cdot\vec{n}=(4,\,-3,\,0).(-3,\,-4,\,0)=-12+12=0$ no entanto $(1,\,2,\,-3)$ não pertence ao plano, uma vez que $-3\times 1-4\times 2\neq 12$.

(C) $\vec{n}_{ABC}\cdot\vec{n}=(4,\,-3,\,0).(0,\,3,\,4)=-9\neq 0$

(D) $\vec{n}_{ABC}\cdot\vec{n}=(4,\,-3,\,0).(3,\,4,\,1)=12-12=0$ e $(1,\,2,\,-3)$ pertence ao plano, uma vez que $3\times 1+4\times 2+(-3)=8$

Opção (D)

1.2. Seja M o ponto médio de $[AC]$. M é o ponto de interseção da reta perpendicular a ABC que contém V com o plano ABC .

$(x,\,y,\,z)=(3,\,7,\,3)+k(4,-3,\,0),\ \ k\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (x,\,y,\,z)=(3+4k,\,7-3k,\,3),\ \ k\in\mathbb{R}$

$M=(3+4k,\,7-3k,\,3)\ ,\ \ k\in\mathbb{R}$

$M\in ABC$

$4(3+4k)-3(7-3k)-16=0$

$\Leftrightarrow 12+16k-21+9k-16=0$

$\Leftrightarrow 25k=25$

$\Leftrightarrow k=1$

$M=(7,4,3)$

2. $u_3=\dfrac{1}{18}$ e $u_{25}=9u_{27}$

$$u_{25}=9u_{27}\Leftrightarrow u_{25}=9\left(u_{25}\times r^2\right)\Leftrightarrow \frac{1}{9}=\frac{u_{25}\times r^2}{u_{25}}\Leftrightarrow \frac{1}{9}=r^2\Leftrightarrow r=-\frac{1}{3}\vee r=\frac{1}{3}$$

Uma vez que (u_n) é não monótona, $r=-\dfrac{1}{3}$.

$$u_n=u_3\times r^{n-3}=\frac{1}{18}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{n-3}=\frac{1}{18}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{n}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{-3}$$

$$=\frac{1}{18}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{n}\times(-3)^3=-\frac{3}{2}\times\left(-\frac{1}{3}\right)^{n}$$

3. O plano de treinos da Maria, no que diz respeito à distância percorrida diariamente, segue uma progressão aritmética de razão $r = 0,4$ km .

Sabe-se que $S_{31} = 465$

$S_{31} = 465 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{u_1 + u_{31}}{2} \times 31 = 465$

$\Leftrightarrow \frac{u_1 + u_1 + 30 \times 0,4}{2} \times 31 = 465$

$\Leftrightarrow \frac{2u_1 + 12}{2} \times 31 = 465$

$\Leftrightarrow (u_1 + 6) \times 31 = 465$

$\Leftrightarrow u_1 + 6 = 15$

$\Leftrightarrow u_1 = 9$

$u_{21} = 9 + (21-1) \times 0,4 = 17$

No 21.º dia a Maria correu 17 km .

4. $(n+4)^2$ é monótona crescente

$u_{n+1} - u_n = (n+1+4)^2 - (n+4)^2$

$= (n+5)^2 - (n+4)^2 = 10n + 25 - 8n - 16$

$= 2n + 9 > 0, \quad \forall n \in \mathbb{N}$

Opção (C)

5. $\lim(v_n) = \lim \frac{6n^2 - n}{1 - 2n^2} = \lim \frac{6n^2}{-2n^2} = \frac{6}{-2} = -3$

Opção (B)

6. $\lim(u_n) = \lim \frac{-2+3n}{n} = \lim\left(3 - \frac{2}{n}\right) = 3^-$

$f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ então $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

A reta de equação $x = 3$ é assintota vertical ao gráfico de f .

$\lim f(u_n) = \lim\limits_{x \to 3^-} f(x) = -\infty$

Opção (A)

7.1. $f(x)=\dfrac{4x+12}{5-x}=-4+\dfrac{32}{5-x}$

$$\begin{array}{r|l} 4x+12 & -x+5 \\ \hline \underline{-4x+20} & -4 \\ 32 & \end{array}$$

A reta de equação $x=5$ é assíntota vertical do gráfico de f .
A reta de equação $y=-4$ é assíntota horizontal do gráfico de f .
$I(5,-4)$

7.2. $f(x)\geq -6x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \dfrac{4x+12}{5-x}+6x\geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{4x+12+30x-6x^2}{5-x}\geq 0$

$\Leftrightarrow \dfrac{-6x^2+34x+12}{5-x}\geq 0$

Zeros:

$-6x^2+34x+12=0 \wedge 5-x\neq 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=\dfrac{-34\pm\sqrt{34^2-4\times(-6)\times 12}}{2\times(-6)} \wedge x\neq 5$

$\Leftrightarrow \left(x=-\dfrac{1}{3} \vee x=6\right) \wedge x\neq 5$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$		5		6	$+\infty$
$-6x^2+34x+12$	$-$	0	$+$	$+$	$+$	0	$-$
$5-x$	$+$	$+$	$+$	0	$-$	$-$	$-$
$\dfrac{-6x^2+34x+12}{5-x}$	$-$	0	$+$	n.d.	$-$	0	$+$

$\text{C.S.}=\left[-\dfrac{1}{3}, 5\right[\cup [6, +\infty[$

7.3. $A(x, f(x))$

$C(5, 0)$ uma vez que a reta de equação $x=5$ é assíntota vertical do gráfico de f .

$D(5, f(x))$

$f(x)=0 \Leftrightarrow \dfrac{4x+12}{5-x}=0 \Leftrightarrow 4x+12=0 \wedge 5-x\neq 0 \Leftrightarrow x=-3 \wedge x\neq 5$

$B(-3, 0)$

Assim:

$\overline{AD} = 5 - x$

$\overline{BC} = 5 + 3 = 8$

$\overline{CD} = f(x) = \dfrac{4x+12}{5-x}$

$$\text{Área} = \frac{1}{2}\left(\overline{AD} + \overline{BC}\right) \times \overline{CD} = \frac{1}{2}(8 + 5 - x) \times \frac{4x+12}{5-x} = (13 - x) \times \frac{2x+6}{5-x}$$

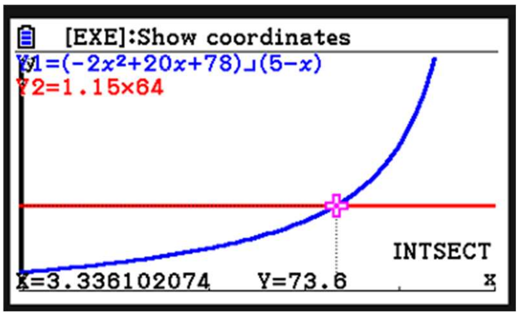
$$= \frac{26x + 78 - 2x^2 - 6x}{5-x} = \frac{-2x^2 + 20x + 78}{5-x}$$

7.4. $\overline{BC}^2 = 8^2 = 64$

$$g(x) = 1{,}15 \times 64 \Leftrightarrow \frac{-2x^2 + 20x + 78}{5-x} = 1{,}15 \times 64$$

$$y_1 = \frac{-2x^2 + 20x + 78}{5-x}$$

$y_2 = 1{,}15 \times 64$



$x \approx 3{,}34$