1. $f^{-1}(-2)=-3$

$g^{-1}(3)=-1$, pois $g(x)=3 \Leftrightarrow -2x+1=3 \Leftrightarrow x=-1$.

$f^{-1}(-2)\times g^{-1}(3)=-3\times(-1)=3$

Opção **(B)**

2. $\sqrt{6-2x}=0 \Rightarrow 6-2x=0 \Leftrightarrow x=3$

$\overline{OA}=3$

$P\left(x,\sqrt{6-2x}\right)$

$A_{[OAP]}=6 \Leftrightarrow \dfrac{3\times\sqrt{6-2x}}{2}=6 \Leftrightarrow \sqrt{6-2x}=4 \Rightarrow 6-2x=16 \Leftrightarrow x=-5$

Verificação: $x=-5$: $A_{[OAP]}=\dfrac{3\times\sqrt{6-2\times(-5)}}{2}=\dfrac{3\times\sqrt{16}}{2}=6$

Então, $P\left(-5,\sqrt{6-2\times(-5)}\right)$, ou seja, $P(-5,4)$.

3. $u_n=\dfrac{1+2n}{n+3}=2-\dfrac{5}{n+3}$

$$\begin{array}{r|l} 2n+1 & n+3 \\ \hline -2n-6 & 2 \\ -5 & \end{array}$$

Então: $\lim u_n=\lim\left(2-\dfrac{5}{n+3}\right)=2^-$

$\lim f(u_n)=\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=3$

Opção **(C)**

4. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{a(x^3-1)}{x-1}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}a\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{(x-1)(x^2+x+1)}{x-1}=a\lim\limits_{x\to 1^-}(x^2+x+1)=3a$

$f(1)=b$

$\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{x+8}-3}{x-1}\overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=}\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\left(\sqrt{x+8}-3\right)\left(\sqrt{x+8}+3\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x+8}+3\right)}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\left(\sqrt{x+8}\right)^2-9}{(x-1)\left(\sqrt{x+8}+3\right)}$

$=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x-1}{(x-1)\left(\sqrt{x+8}+3\right)}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{1}{\left(\sqrt{x+8}+3\right)}=\dfrac{1}{6}$.

f é contínua em $x=1$ se e só se $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=f(1)$

$b=\dfrac{1}{6} \wedge 3a=\dfrac{1}{6} \Leftrightarrow b=\dfrac{1}{6} \wedge a=\dfrac{1}{18}$

5.

5.1. $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{\sqrt{x^2+k}-2x}{x}=\dfrac{\sqrt{1+k}+2}{-1}=-\sqrt{1+k}-2$

$\lim\limits_{x\to -1} f(x)=-4 \Leftrightarrow -\sqrt{1+k}-2=-4 \Leftrightarrow \sqrt{1+k}=2 \Rightarrow 1+k=4 \Leftrightarrow k=3$

Verificação: $k=3$: $-\sqrt{1+3}-2=-4 \Leftrightarrow -2-2=-4$ Verdadeiro

5.2. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2+k}-2x}{x} \overset{(+\infty-\infty)}{=} \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^2\left(1+\frac{k}{x^2}\right)}-2x}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x\sqrt{1+\frac{k}{x^2}}-2x}{x} =$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x\left(\sqrt{1+\frac{k}{x^2}}-2\right)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{1+\frac{k}{x^2}}-2\right) = 1-2=-1$

6. Como a reta de equação $y=-3x+1$ é tangente ao gráfico de f no ponto de abcissa 2, então:

$f'(2)=-3$ e $f(2)=-3\times 2+1=-5$

$\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)+5}{2-x} = \lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-(-5)}{-(x-2)} = -\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2} = -f'(2)=3$

Opção **(D)**

7.

7.1. $f'(-1) = \lim\limits_{x\to -1}\frac{f(x)-f(-1)}{x+1} = \lim\limits_{x\to -1}\frac{-x^2-6x-10+5}{x+1} =$

$= \lim\limits_{x\to -1}\frac{-x^2-6x-5}{x+1} \overset{\left(\frac{0}{0}\right)}{=} \lim\limits_{x\to -1}\frac{(x+1)(-x-5)}{x+1} = \lim\limits_{x\to -1}(-x-5) = -4$

Cálculos auxiliares:

$f(-1)=-1+6-10=-5$

	-1	-6	-5
-1		1	5
	-1	-5	$\boxed{0}$

7.2. Sabe-se que $f'(-1)=-4$, logo $m_r=-4$.

$A(-1\,,\,f(-1))$, ou seja, $A(-1\,,\,-5)$

$r: y=-4x+b$

$-5=-4\times(-1)+b \Leftrightarrow b=-9$

$r: y=-4x-9$

$-4x-9=0 \Leftrightarrow x=-\frac{9}{4}$, logo $C\left(-\frac{9}{4},0\right)$.

O ponto de tangência é $A(-1,-5)$, então $B(0,-5)$.

$A_{[ABOC]} = \frac{\overline{OC}+\overline{AB}}{2}\times|y_B| = \frac{\frac{9}{4}+1}{2}\times 5 = \frac{65}{8}$

8. $r=-0,8$ e $a=-0,9$

- A reta dos mínimos quadrados tem declive negativo.
- A correlação é negativa.

Opção **(D)**

9.

9.1. $P_{2021}-P_{2020}=3842-3050=792$, ou seja, 792 milhares de toneladas

$0,02\times 792\ 000=15\ 840$

Em 2021, foram produzidas 15 840 t de azeitonas de mesa em Portugal.

9.2

Ano	**Quantidade de azeitonas produzidas, em milhares de toneladas**
2018	939
2019	$1674-939=735$
2020	$3050-1674=1376$
2021	$3842-3050=792$
2022	$4792-3842=950$
2023	$5979-4792=1187$

$\overline{x}=996,5$ e $s=243,3$

$\left]\overline{x}-s\,,\,\overline{x}+s\right[=\left]753,2\,;\,1239,8\right[$

Apenas no ano de 2020 a produção não pertenceu ao intervalo $\left]\overline{x}-s,\overline{x}+s\right[$.