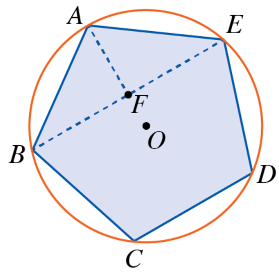
1.

1.1. $\overset{\frown}{EA} = \dfrac{360^\circ}{5} = 72^\circ$ $\overset{\frown}{EA} = 72^\circ$



$E\hat{B}A = A\hat{E}B = \dfrac{72^\circ}{2} = 36^\circ$

$B\hat{A}E = \dfrac{3\times 72^\circ}{2} = 108^\circ$

Resposta: $E\hat{B}A = A\hat{E}B = 36^\circ$ e $B\hat{A}E = 108^\circ$

1.2. $\overline{BF} = \dfrac{1,6}{2} = 0,8$

$\cos 36^\circ = \dfrac{0,8}{\overline{AB}}$. Daqui resulta que $\overline{AB} = \dfrac{0,8}{\cos 36^\circ}$.

O perímetro de cada face é dado por: $5\times\overline{AB} = \dfrac{4}{\cos 36^\circ} \approx 4,9$

Resposta: O perímetro de cada face é 4,9 m.

2.

2.1. Se $\alpha = \dfrac{\pi}{3}$, tem-se:

$\overline{AB} = \sin\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ e $\overline{BC} = 1-\cos\dfrac{\pi}{3} = 1-\dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$

A área do triângulo [ABC] é dada por: $\dfrac{\overline{BC}\times\overline{AB}}{2} = \dfrac{\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{8}$

Resposta: **(A)** $\dfrac{\sqrt{3}}{8}$

2.2. $\overline{AB} = \sin\alpha$ e $\overline{BC} = 1-\cos\alpha$

A área do triângulo [ABC] é dada por:

$$\frac{\overline{BC}\times\overline{AB}}{2} = \frac{\sin\alpha\times(1-\cos\alpha)}{2} = \frac{\sin\alpha - \sin\alpha\cos\alpha}{2}$$

Resposta: **(B)** $\dfrac{\sin(\alpha)-\sin(\alpha)\cos(\alpha)}{2}$

3. $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)\sin(\pi+x)=\cos x(-\sin x)=-\cos x\sin x$.

Um ângulo pertencente ao intervalo $\left]-\pi,-\frac{\pi}{2}\right[$ é um ângulo do 3.º quadrante, pelo que o seno e o cosseno são ambos negativos. Então: $\forall x\in\left]-\pi,-\frac{\pi}{2}\right[$, $-\cos x\sin x<0$.

Resposta: (D) $\left]-\pi,-\frac{\pi}{2}\right[$

4. $1-2\sin x=0\Leftrightarrow \sin x=\frac{1}{2}$ e $\left]-\frac{3\pi}{2},0\right[=\left]-\frac{9\pi}{6},0\right[$

$\sin\left(-\frac{7\pi}{6}\right)=-\sin\left(\pi+\frac{\pi}{6}\right)=\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$ e $-\frac{7\pi}{6}\in\left]-\frac{3\pi}{2},0\right[$

Resposta: (B) $-\frac{7\pi}{6}$

5.

5.1. $\tan(\alpha-\pi)=\frac{1}{2}$ e $\alpha\in[\pi,2\pi[$, ou seja, $\tan\alpha=\frac{1}{2}$ e α é um ângulo do 3.º quadrante.

$f(\alpha)=3-2\cos\alpha$

Sabe-se que $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$, pelo que $1+\frac{1}{4}=\frac{1}{\cos^2\alpha}$.

Daqui resulta que $\cos^2\alpha=\frac{4}{5}$.

Como α é do 3.º quadrante, $\cos\alpha=-\frac{2}{\sqrt{5}}=-\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Assim, $f(\alpha)=3-2\cos\alpha=3-2\left(-\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)=3+\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

Resposta: $f(\alpha)=3+\frac{4\sqrt{5}}{5}$

5.2. **a)** $f\left(\frac{3\pi}{2}\right)=3-2\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)=3-0=3$

Resposta: $A\left(\frac{3\pi}{2},3\right)$

b) $D_f=\mathbb{R}$ e $f(x)=3-2\cos x$

$-1\leq\cos x\leq1\Leftrightarrow 2\geq-2\cos x\geq-2\Leftrightarrow 5\geq3-2\cos x\geq1$

$D'_f=[1,5]$, pelo que o mínimo da função *f* é 1.

$f(x)=1\ \wedge\ x\in\left]\frac{3\pi}{2},3\pi\right[\Leftrightarrow 3-2\cos x=1\ \wedge\ x\in\left]\frac{3\pi}{2},3\pi\right[$

$\Leftrightarrow\cos x=1\ \wedge\ x\in\left]\frac{3\pi}{2},3\pi\right[\Leftrightarrow x=2\pi$

Resposta: $B(2\pi,1)$

c) $f(x)=4\ \wedge\ x\in\left]\frac{3\pi}{2},3\pi\right[\Leftrightarrow 3-2\cos x=4\ \wedge\ x\in\left]\frac{3\pi}{2},3\pi\right[\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow\cos x=-\frac{1}{2}\ \wedge\ x\in\left]\frac{3\pi}{2},3\pi\right[\Leftrightarrow x=3\pi-\frac{\pi}{3}\Leftrightarrow x=\frac{8\pi}{3}$

Resposta: $C\left(\frac{8\pi}{3},4\right)$

6.

6.1. Se $C(1,3)$, então $\tan\alpha=3$.

O ponto *F* tem coordenadas $(-\cos\alpha,-\sin\alpha)$.

Sabe-se que $1+\tan^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$ e $\alpha\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$.

$1+9=\frac{1}{\cos^2\alpha}\Leftrightarrow\cos^2\alpha=\frac{1}{10}$, logo $\sin^2\alpha=1-\cos^2\alpha=1-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$.

Como $\alpha\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$, $\cos\alpha=\frac{\sqrt{10}}{10}$ e $\sin\alpha=\frac{3\sqrt{10}}{10}$.

O ponto *F* tem coordenadas $\left(-\frac{\sqrt{10}}{10},-\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)$.

Resposta: $F\left(-\frac{\sqrt{10}}{10},-\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)$

6.2. **a)** A medida da área do trapézio é dada por: $\dfrac{\overline{BE}+\overline{CD}}{2}\times\overline{DE}$

$$\frac{\overline{BE}+\overline{CD}}{2}\times\overline{DE}=\frac{\cos\alpha+1}{2}\times(\tan\alpha-\sin\alpha)=\frac{\cos\alpha+1}{2}\times\left(\frac{\sin\alpha-\sin\alpha\cos\alpha}{\cos\alpha}\right)=$$

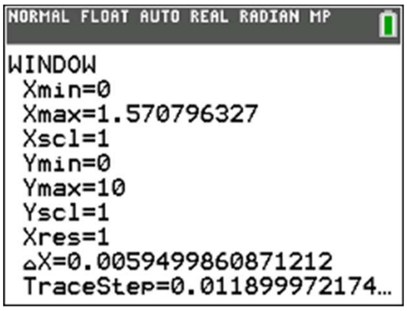
$$=\frac{(1+\cos\alpha)(1-\cos\alpha)\sin\alpha}{2\cos\alpha}=\frac{(1-\cos^2\alpha)}{2}\times\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\sin^2\alpha\times\tan\alpha}{2}=f(\alpha)$$

A área do trapézio [*BCDE*] é dada por $f(\alpha)$.

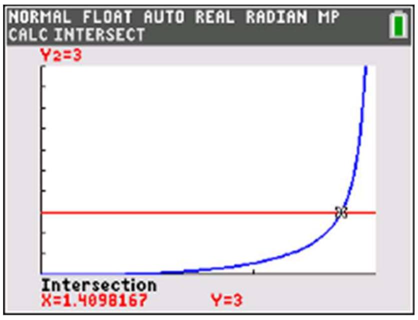
b) Resolução da equação $f(\alpha)=3$ na calculadora:

Inserem-se as expressões $y=f(\alpha)$ e $y=3$.

Atendendo a que $\alpha\in\left]0,\frac{\pi}{2}\right[$, pode definir-se a seguinte janela de visualização.



Em seguida, identifica-se o ponto de interseção dos dois gráficos.



$\alpha\approx1{,}41$

Resposta: A medida da área do trapézio é 3 se $\alpha\approx1{,}4$ (valor arredondado às décimas).