

Teste N.º 5

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

11.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Na figura estão representadas, em referencial o.n. Oxy , as retas r e s .

A reta s intersesta o eixo Ox no ponto A , de abcissa $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$, e tem inclinação α .

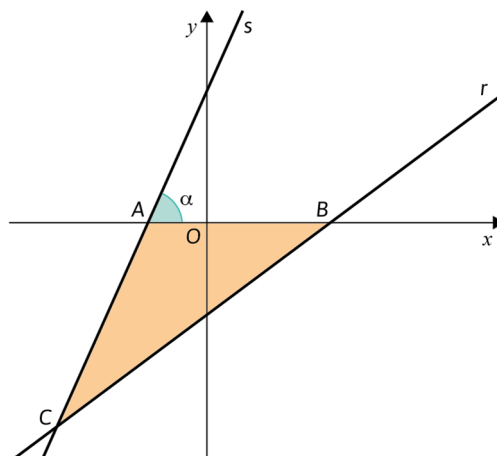
A reta r é definida pela equação $y = \frac{\sqrt{5}}{3}x - 2$.

O ponto B é o ponto de interseção da reta r com o eixo Ox .

O ponto C é o ponto de interseção das duas retas.

Sabe-se que $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{6}$.

Determine a área do triângulo $[ACB]$.



2. De uma progressão geométrica (u_n) , monótona, sabe-se que:

- $u_5 = 162$
- $u_9 = 13\,122$

Qual é o sétimo termo da sucessão (u_n) ?

- (A) 56 (B) 486 (C) 1458 (D) 4374

3. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$:

- o plano α de equação $3x + 2y + z - 6 = 0$;
- a reta r de equação vetorial $(x, y, z) = (1, 2, -4) + k(-1, 1, -3), k \in \mathbb{R}$.

3.1 Seja A o ponto da reta r cuja abcissa é igual a 2.

Qual das equações seguintes define o plano paralelo ao plano α e que passa pelo ponto A ?

- (A) $x - y + 3z + 2 = 0$ (B) $3x + 2y + z - 2 = 0$
(C) $x - y + 3z + 11 = 0$ (D) $3x + 2y + z - 7 = 0$

3.2 Seja B o ponto de coordenadas $(4, 5, 12)$.

Sabendo que o plano α é o plano mediador do segmento de reta $[BC]$, determine $\overline{BC}$.

4. Determine, recorrendo a processos exclusivamente analíticos, o conjunto-solução da condição:

$$\frac{-1+7x}{x^2-3x+2} \geq \frac{-x+3}{x-2}$$

Apresente a sua resposta na forma de intervalo, ou união de intervalos, de números reais.

5. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{4\}$, definida por $f(x) = \frac{x-1}{x-4}$.

Complete o texto seguinte, selecionando a opção adequada a cada espaço.

Escreva na folha de respostas cada um dos números, **I**, **II**, **III** e **IV**, seguido da opção **a)**, **b)** ou **c)** que lhe corresponde. A cada espaço corresponde uma só opção.

A função f é decrescente em **I** e é não negativa em **II**.

Seja g a função definida por $g(x) = f(x+a) + k$, com $a \in \mathbb{R}$ e $k \in \mathbb{R}$. Sabe-se que as retas de equações $x = 1$ e $y = -1$ são assíntotas ao gráfico de g . É possível concluir que o valor de a é **III** e o valor de k é **IV**.

I	II	III	IV
a) $\mathbb{R} \setminus \{4\}$ b) $] -\infty, 4[$ e em $]4, +\infty[$ c) $\mathbb{R}^-$	a) $\mathbb{R} \setminus]1, 4]$ b) $] -\infty, 1[\cup]4, +\infty[$ c) $]1, 4[$	a) 1 b) 2 c) 3	a) -3 b) -2 c) -1

6. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+5}-3}{x-2} & \text{se } x < 2 \\ k & \text{se } x = 2, k \in \mathbb{R} \\ \frac{2x^2-2x-4}{x^2-2x} & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

- 6.1 Seja (x_n) a sucessão de termo geral $x_n = n^2 - n$.

O valor de $\lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n)$ é:

- (A) $+\infty$ (B) 0 (C) 1 (D) 2

- 6.2 Averigue, sem recorrer à calculadora, se existe algum valor de k para o qual existe $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$.

7. Seja f uma função real de variável real, da qual se sabe que a reta tangente ao seu gráfico no ponto de abscissa 5 tem inclinação 135° . O valor de $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{f(x) - f(5)}{x^2 - 8x + 15}$ é:

- (A) -2 (B) 2 (C) $-\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{2}$

8. Seja f uma função real de variável real definida por $f(x) = \frac{x^2-3x}{x+1}$.

- 8.1 Recorrendo à definição de derivada de uma função num ponto, mostre que $f'(-2) = -3$.

- 8.2 Seja t a reta tangente ao gráfico de f no ponto de abscissa -2.

Considere um ponto P , de ordenada -1, pertencente ao gráfico de f e escreva uma equação vetorial da reta paralela à reta t e que passa no ponto P .

9. Relativamente aos funcionários de uma determinada empresa, sabe-se que:

- 22 funcionários têm idade inferior a 30 anos;
- a média do salário líquido dos funcionários com idade inferior a 30 anos é 1400 euros;
- a média do salário líquido dos funcionários com, pelo menos, 30 anos é 2200 euros;
- a média do salário líquido da totalidade dos funcionários que trabalham na empresa é 1848 euros.

Determine, recorrendo a processos exclusivamente analíticos, o número de funcionários da empresa com, pelo menos, 30 anos.

10. No centro histórico de uma vila existe uma livraria. Na tabela apresentam-se os valores do número de visitantes registados na livraria, em determinados dias, e o número de livros vendidos nessa livraria em cada um desses dias.

Número de visitantes (x)	19	26	32	39	25	30	10
Número de livros vendidos (y)	37	54	68	80	40	66	20

Considere a variável número de visitantes (x) como explicativa e a variável número de livros vendidos (y) como resposta.

Admita que existe uma associação linear entre as duas variáveis x e y .

Num determinado dia o número de visitantes foi 35.

Com recurso à calculadora gráfica, estima o número de livros vendidos na livraria nesse dia.

Na sua resposta apresente:

- as listas introduzidas na calculadora;
- a equação da reta de regressão $y = ax + b$, com os valores de a e de b arredondados com três casas decimais;
- o valor pedido arredondado às unidades.

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	2.	3.1	3.2	4.	5.	6.1	6.2	7.	8.1	8.2	9.	10.	Total
20	10	10	20	18	10	10	18	10	18	20	18	18	200