

Teste N.º 5

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

11.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

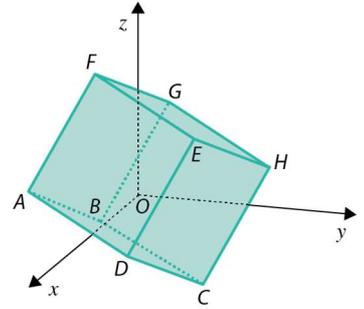
Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura está representado, num referencial ortonormado $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$.

Sabe-se que:

- o ponto F tem coordenadas $(10, 1, 9)$;
- o ponto B pertence ao eixo das abscissas;
- o plano ABC pode ser definido pela equação $-2x + 3y + 6z + 12 = 0$.



- 1.1. Qual das equações seguintes define uma equação vetorial de uma reta paralela ao plano ABC que contém o ponto F ?

- (A) $(x, y, z) = (7, -1, 7) + k(3, -2, 2), k \in \mathbb{R}$
- (B) $(x, y, z) = (10, 1, 9) + k(2, -3, -6), k \in \mathbb{R}$
- (C) $(x, y, z) = (8, 4, 15) + k(-2, 3, 6), k \in \mathbb{R}$
- (D) $(x, y, z) = (7, 5, 6) + k(3, -4, 3), k \in \mathbb{R}$

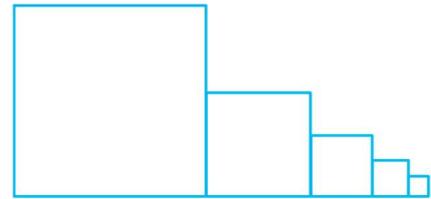
- 1.2. Determine, sem recorrer à calculadora, a não ser para eventuais cálculos numéricos, a distância do ponto A à origem do referencial.

2. Uma composição geométrica é constituída por uma sucessão de quadrados em que, à exceção do primeiro, a medida do lado de cada quadrado é metade da medida do lado do quadrado anterior.

Considere que a medida do lado do primeiro quadrado é 4.

Na figura ao lado estão representados os primeiros cinco quadrados dessa composição.

Supondo que o processo se prolonga indefinidamente, determine a área ocupada por todos os quadrados assim construídos.



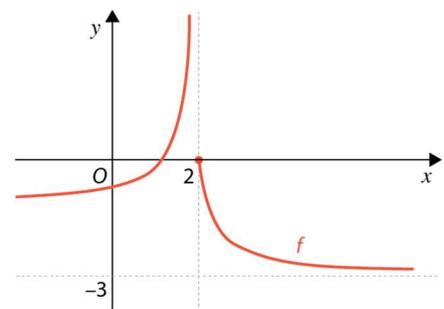
3. Na figura ao lado está representada parte do gráfico de uma função f de domínio \mathbb{R} .

A reta de equação $x = 2$ é uma assíntota vertical ao gráfico de f .

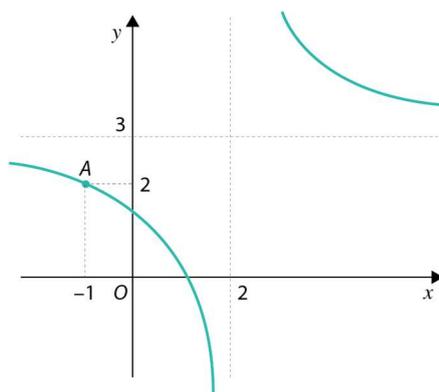
Seja (u_n) a sucessão de termo geral $u_n = \frac{2n+5}{n+3}$.

A que é igual $\lim f(u_n)$?

- (A) -3 (B) 0 (C) 2 (D) $+\infty$



4. Na figura está representada, num referencial o.n. Oxy , parte da hipérbole que é o gráfico de uma função racional f .



Sabe-se que:

- as retas de equações $x = 2$ e $y = 3$ são assíntotas ao gráfico da função f ;
- o ponto A tem coordenadas $(-1, 2)$ e pertence ao gráfico de f .

Em qual das seguintes opções está definida a função f ?

(A) $f(x) = \frac{6x-2}{x-3}$ (B) $f(x) = \frac{3x-3}{x-2}$ (C) $f(x) = \frac{x+3}{x-2}$ (D) $f(x) = \frac{x+5}{x-3}$

5. Considere a função f , de domínio $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, definida por $f(x) = \frac{-x-2}{x-1}$.

Resolva os itens seguintes sem recorrer à calculadora.

- 5.1 Determine o conjunto dos números reais que são solução da inequação:

$$\frac{5x+4}{x-x^2} \leq f(x)$$

Apresente a sua resposta na forma de intervalo, ou de união de intervalos, de números reais.

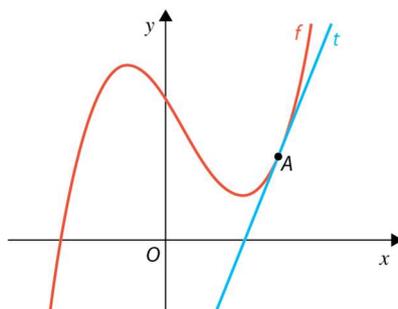
- 5.2 Recorrendo à definição de derivada de uma função num ponto, determine $f'(3)$.

6. Seja f a função, de domínio \mathbb{R} , definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-2x^2 + 18}{-x^2 + 7x - 12} & \text{se } x < 3 \\ -12 & \text{se } x = 3 \\ \frac{12 - 4x}{\sqrt{2x + 3} - 3} & \text{se } x > 3 \end{cases}$$

Sem recorrer à calculadora, determine, se existir, o valor de $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$.

7. Na figura estão representadas, num referencial o.n. Oxy , parte do gráfico de uma função polinomial f , diferenciável em \mathbb{R} , e a reta t , tangente ao gráfico de f no ponto A de abcissa 2.



Sabe-se que:

- $f(2) = 3$;
- $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 6x - 1}{3 - f(x)} = -2$.

Determine a abcissa do ponto de interseção da reta t com o eixo das abcissas.

8. A média das alturas dos 15 jogadores em campo de uma equipa de rugby é 182 cm. Num dado momento do jogo foi substituído um jogador de altura 182 cm, passando a média das alturas dos 15 jogadores em campo a ser 183 cm.

Qual é a altura do jogador que entrou em campo para a substituição?

- (A) 197 cm (B) 193 cm (C) 187 cm (D) 183 cm

9. Efetuou-se um estudo acerca dos valores das rendas mensais aplicadas no arrendamento de uma amostra de 200 apartamentos de uma determinada zona do país. Na tabela de frequência absoluta e frequência relativa acumulada encontram-se organizados os resultados obtidos neste estudo.

Valores de arrendamento mensal

Valor da renda mensal (€)	Frequência absoluta	Frequência relativa acumulada
[400; 500[20	a
[500; 600[b	0,275
[600; 700[45	0,5
[700; 800[55	c
[800; 900[d	0,87
[900; 1000[e	1

Determine os valores de a , b , c , d e e .

Apresente todos os cálculos efetuados.

10. Um grupo de 10 amigos promoveu uma atividade de recolha de lixo nas praias. Em seguida, apresenta-se a quantidade de lixo, em quilogramas, que, num certo dia, cada um dos dez amigos recolheu.

1,81; 2,05; 1,45; 2,78; 4,12; 1,70; 2,08; 2,18; 4,14; 3,01

Indique em qual das seguintes opções se apresenta a média e o percentil de ordem 50 da quantidade de lixo recolhida por estes dez amigos.

(A) $\bar{x} = 3,532$ e $P_{50} = 2,08$

(B) $\bar{x} = 2,532$ e $P_{50} = 2,08$

(C) $\bar{x} = 2,532$ e $P_{50} = 2,13$

(D) $\bar{x} = 3,532$ e $P_{50} = 2,13$

11. Na tabela seguinte apresentam-se os registos ao diâmetro biparietal, x , em centímetros, medidos em ecografias de fetos efetuadas na 34.^a semana de gravidez, e o correspondente perímetro cefálico dos recém-nascidos, y , também em centímetros.

Diâmetro biparietal (x)	7,38	7,71	8,32	8,32	8,16	8,20	8,32	8,76	9,01
Perímetro cefálico (y)	29,36	30,99	33,78	35,12	34,10	34,26	34,81	36,11	36,27

Considere um modelo de regressão linear obtido a partir dos registos obtidos na tabela.

Recorrendo à calculadora gráfica, estime, com base nesse modelo, o perímetro cefálico de um feto cujo diâmetro biparietal medido na ecografia efetuada na 34.^a semana de gravidez é 8,42 cm.

Na sua resposta, apresente os valores dos parâmetros da equação da reta de regressão linear de y sobre x , com quatro casas decimais.

Apresente o resultado arredondado às centésimas.

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.1	1.2	2.	3.	4.	5.1	4.2	6.	7.	8.	9.	10.	11.	Total
10	20	20	10	10	18	18	20	18	10	18	10	18	200