

---

## Teste de Matemática A

---

2023 / 2024

---

Teste N.º 4

### Matemática A

---

Duração do Teste: 90 minutos

---

### 11.º Ano de Escolaridade

---

Nome do aluno: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_

---

---

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

---

---

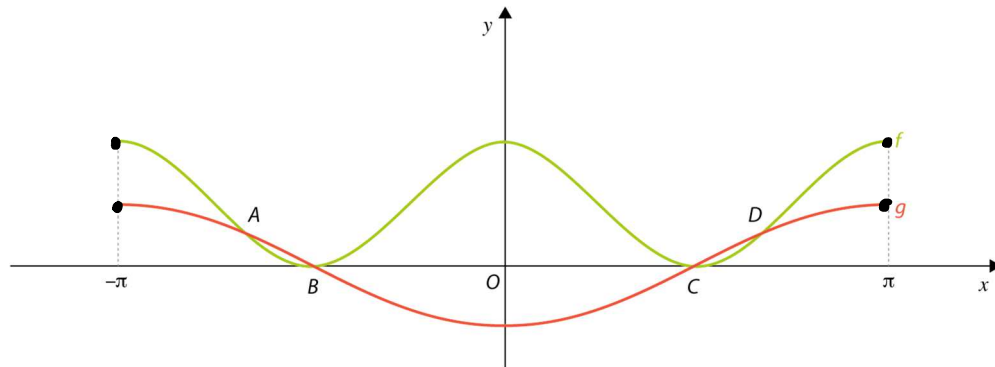
Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

---

1. Considere as funções  $f$  e  $g$ , ambas de domínio  $[-\pi, \pi]$ , representadas graficamente na figura e definidas por:

$$f(x) = \cos^2(x) \quad \text{e} \quad g(x) = -\frac{1}{2}\cos(x)$$



Recorrendo a processos exclusivamente analíticos, determine as abscissas dos pontos de interseção dos gráficos das funções  $f$  e  $g$ , no respetivo domínio.

2. Um aerogerador do parque eólico de Vila Lobos, em Lamego, tem uma torre com 91 metros de altura.

Durante o movimento do rotor, a distância,  $h$ , em metros, da extremidade de uma pá ao solo, em função da amplitude,  $\theta$ , em radianos, do ângulo orientado que essa pá faz com a horizontal, durante uma volta, é dado por:

$$h(\theta) = 91 + 57 \operatorname{sen}(\theta), \text{ com } \theta \in [0, 2\pi]$$

Considere, para um certo valor  $\theta_1 \in [0, \pi]$ , a distância,  $h$ , em metros, da extremidade dessa pá ao solo.

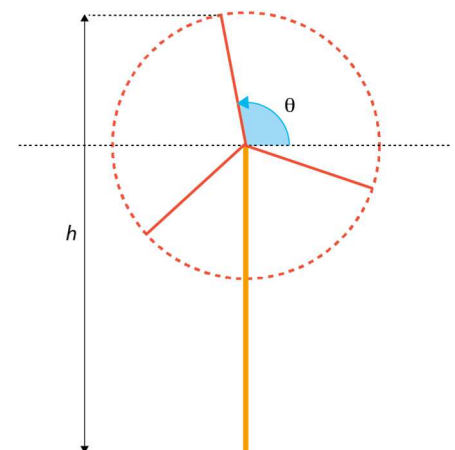
Sabe-se que, quando  $\theta_1$  aumenta 2 radianos, a distância da extremidade dessa pá ao solo reduz-se para metade.

Determine, recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, o valor de  $\theta_1$ , sabendo que, no intervalo considerado, esse valor existe e é único.

Apresente o resultado com aproximação às centésimas.

Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- reproduza, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora que lhe permita(m) resolver a equação, e apresente as coordenadas do(s) ponto(s) relevante(s) arredondadas às centésimas.

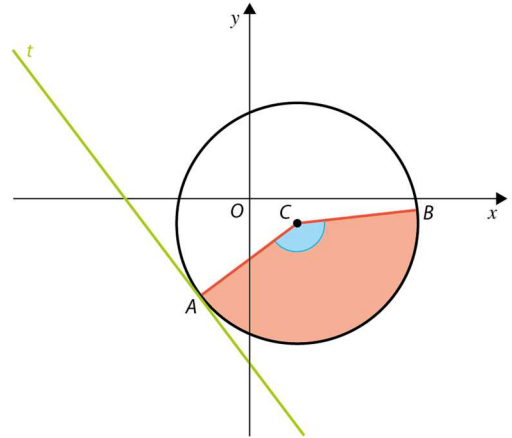


3. Na figura estão representadas, num referencial o.n.  $Oxy$ , a reta  $t$  e a circunferência de equação:

$$(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 25$$

Sabe-se que:

- o ponto  $C$  é o centro da circunferência;
- $A$  e  $B$  são dois pontos da circunferência;
- o ponto  $A$  tem coordenadas  $(-2, -4)$ ;
- a reta  $t$  é tangente à circunferência no ponto  $A$ ;
- o arco de circunferência  $AB$  tem comprimento  $\frac{25\pi}{6}$ .



Resolva os itens **3.2** e **3.3**, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos.

**3.1** Indique em qual das seguintes opções se encontra o valor do produto escalar  $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ .

(A)  $\frac{25\sqrt{3}}{2}$

(B)  $-\frac{25\sqrt{3}}{2}$

(C)  $\frac{25}{2}$

(D)  $-\frac{25}{2}$

**3.2** Determine a equação reduzida da reta  $t$ .

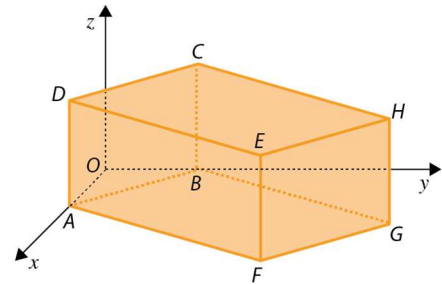
**3.3** Determine, com aproximação às décimas do grau, a amplitude do ângulo  $OCA$ .

4. Na figura está representado, num referencial o.n.  $Oxyz$ , um paralelepípedo retângulo  $[ABCDEFGH]$ .

Sabe-se que:

- o vértice  $A$  pertence ao eixo  $Ox$ ;
- o plano  $ABC$  é definido pela equação  $3x + 4y - 12 = 0$ ;
- as coordenadas do vértice  $F$  são  $(10, 8, 0)$ ;
- o vértice  $H$  pertence à reta definida pela equação:

$$(x, y, z) = (-10, 9, -1) + k(8, 1, 2), k \in \mathbb{R}$$



**4.1** Qual das equações seguintes define um plano perpendicular ao plano  $ABC$  e que passa no ponto de coordenadas  $(-1, 2, 1)$ ?

(A)  $4x - 3y + 11 = 0$

(B)  $4x - 3y + 5z + 5 = 0$

(C)  $3x + 4y - 5 = 0$

(D)  $3x + 4y + 5z + 5 = 0$

**4.2** Determine, sem recorrer à calculadora, a equação reduzida da superfície esférica de centro no ponto  $H$  e que passa no ponto  $A$ .

5. Considere a sucessão  $(u_n)$  definida por  $u_n = \frac{2n+5}{n+1}$ .

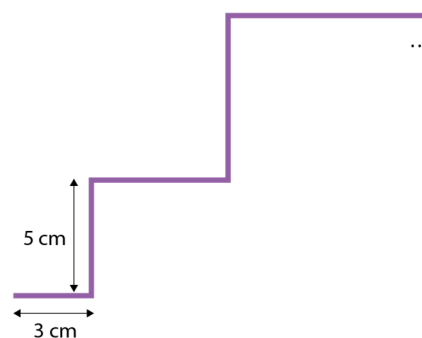
Qual das seguintes afirmações é verdadeira?

- (A)  $(u_n)$  é crescente e  $2 < u_n \leq \frac{7}{2}, \forall n \in \mathbb{N}$ .
- (B)  $(u_n)$  é crescente e não limitada.
- (C)  $(u_n)$  é decrescente e  $2 < u_n \leq \frac{7}{2}, \forall n \in \mathbb{N}$ .
- (D)  $(u_n)$  é decrescente e não limitada.

6. No ginásio de uma escola, foi desenhada uma linha poligonal, com segmentos de reta posicionados, alternadamente, na horizontal e na vertical.

No esquema da figura, que não está à escala, representam-se cinco dos segmentos de reta que constituem essa linha:

- o primeiro segmento de reta, posicionado na horizontal, tem 3 cm de comprimento;
- o segundo segmento de reta, posicionado na vertical, tem 5 cm de comprimento;
- o terceiro segmento de reta, posicionado na horizontal, tem 7 cm de comprimento;
- cada um dos segmentos de reta seguintes tem sempre mais 2 cm de comprimento que o segmento de reta imediatamente anterior.



Determine, recorrendo a métodos exclusivamente analíticos, o comprimento do 15.º segmento de reta posicionado na vertical.

Apresente o resultado em centímetros.

7. Considere uma progressão geométrica  $(u_n)$  de termos positivos.

Sabe-se que:

- $2u_n - 3u_{n+1} = 0, \forall n \in \mathbb{N}$
- $u_2 \times u_4 = \frac{16}{9}$

Determine uma expressão do termo geral de  $(u_n)$ .

Apresente essa expressão na forma  $a \times b^n$ , em que  $a$  e  $b$  são números reais.

8. Na figura está representada, num referencial o.n.  $Oxy$ , parte do gráfico de uma função  $f$ , de domínio  $]-2, 6[$ .

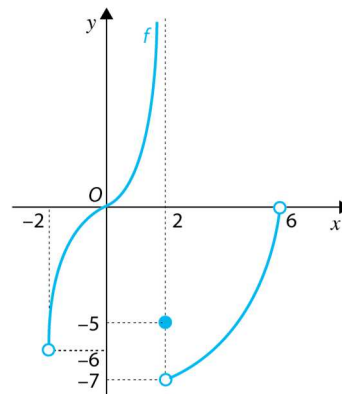
Sabe-se que:

- $f(2) = -5$ ;
- a reta de equação  $x = 2$  é assíntota ao gráfico de  $f$ .

Seja  $(u_n)$  a sucessão de termo geral  $u_n = \frac{2-6n}{3n}$ .

Qual é o valor de  $\lim f(u_n)$ ?

- (A)  $-6$       (B)  $+\infty$       (C)  $-5$       (D)  $-7$



9. Sejam  $(u_n)$  e  $(v_n)$  duas sucessões definidas por:

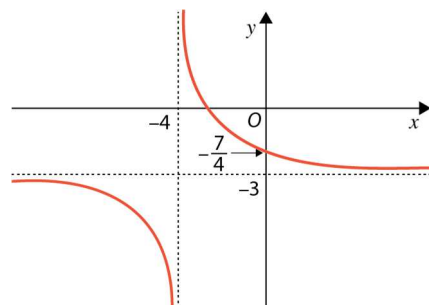
$$u_n = \frac{\pi^n + 2^{n+\pi}}{\pi^{2n} + 3} \quad \text{e} \quad v_n = 2n - \sqrt{4n^2 + 3n}$$

Determine, recorrendo a processos exclusivamente analíticos, o valor de  $\lim(u_n) - \lim(v_n)$ .

10. Na figura está representada, num referencial o.n.  $Oxy$ , parte da hipérbole que é o gráfico de uma função  $f$ .

Sabe-se que:

- o gráfico da função  $f$  intersesta o eixo  $Oy$  no ponto de ordenada  $-\frac{7}{4}$ ;
- as retas de equação  $x = -4$  e  $y = -3$  são as assíntotas do gráfico da função  $f$ .



Qual das seguintes expressões poderá definir analiticamente a função  $f$ ?

- (A)  $f(x) = -3 - \frac{5}{x-4}$       (B)  $f(x) = -3 + \frac{5}{x-4}$   
 (C)  $f(x) = -3 - \frac{5}{x+4}$       (D)  $f(x) = -3 + \frac{5}{x+4}$

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	2.	3.1	3.2	3.3	4.1	4.2	5.	6.	7.	8.	9.	10.	Total
20	18	10	18	18	10	20	10	18	18	10	20	10	200