

Teste N.º 3

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

11.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Para cada valor real de k , considere a equação $\sin \alpha = k^2 - 2k$, onde α está expresso em radianos.

Quais são os valores reais de k , para os quais a equação é possível em $\left[-\pi, -\frac{\pi}{2}\right]$?

- (A) $]0, 2[$
- (B) $[0, 2]$
- (C) $[0, 2] \setminus \{1\}$
- (D) $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

2. Considere as funções reais de variável real f e g , cujos argumentos estão expressos em radianos, definidas por:

$$f(x) = 3\sin x \quad \text{e} \quad g(x) = \sqrt{3} \operatorname{tg} x \sin x$$

2.1. Determine, recorrendo a processos exclusivamente analíticos, uma expressão geral para as abcissas dos pontos de interseção dos gráficos das funções f e g .

2.2. Considere a representação gráfica da função f , no intervalo $[0, \pi]$.

Sejam A e B os pontos de interseção do gráfico de f , nesse intervalo, com o eixo das abcissas.

Considere um ponto P que se desloca sobre o gráfico de f no intervalo dado, nunca coincidindo com o ponto A nem com o ponto B .

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, a área do triângulo $[ABP]$ que tem área máxima.

Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s);
- indicar as coordenadas dos pontos A e B ;
- apresentar o valor pedido com aproximação às décimas.

3. Considere, num referencial o.n. Oxy , a reta r de equação $y = \frac{3}{5}x + 1$.

3.1. Seja α a inclinação da reta r . Qual é o valor de $\sin \alpha$?

- (A) $\frac{3\sqrt{34}}{34}$ (B) $-\frac{3\sqrt{34}}{34}$ (C) $\frac{5\sqrt{34}}{34}$ (D) $-\frac{5\sqrt{34}}{34}$

3.2. Seja T o ponto de interseção da reta r com o eixo das ordenadas.

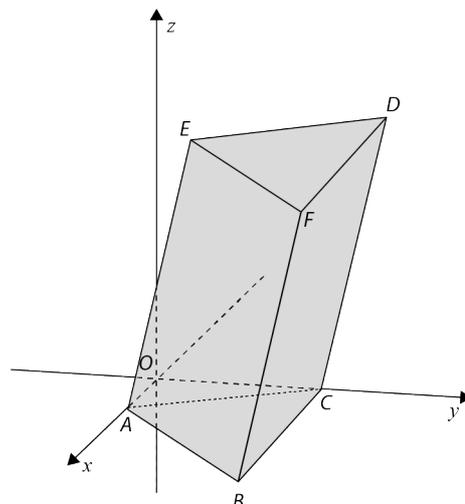
Sabe-se que a reta r é tangente a duas circunferências, ambas de raio $2\sqrt{34}$, no ponto T .

Determine as coordenadas dos centros dessas circunferências.

4. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma triangular reto $[ABCDEF]$.

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao eixo Ox ;
- o ponto C pertence ao eixo Oy ;
- o ponto B tem coordenadas $(3, 2, -7)$;
- a altura do prisma é 11;
- $3x + 2y + z = 6$ é uma equação do plano ABC .



4.1. Averigúe se as bases do prisma são triângulos equiláteros.

4.2. Seja G o ponto simétrico do ponto B relativamente ao plano xOz .

Em qual das opções seguintes se encontra uma condição que define a superfície esférica de centro G e que passa na origem do referencial?

(A) $(x + 3)^2 + (y - 2)^2 + (z - 7)^2 = 62$

(B) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 7)^2 = 62$

(C) $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + (z + 7)^2 = \sqrt{62}$

(D) $(x + 3)^2 + (y + 2)^2 + (z - 7)^2 = \sqrt{62}$

4.3. Determine as coordenadas do ponto H , pertencente à reta CD , de tal modo que o triângulo $[OBH]$ seja retângulo em B .

4.4. Determine as coordenadas do ponto D .

5. Seja (u_n) a sucessão definida por:

$$u_n = \begin{cases} n & \text{se } n \leq 2020 \\ \frac{2n + 1}{n} & \text{se } n > 2020 \end{cases}$$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

(A) A sucessão (u_n) é divergente.

(B) A sucessão (u_n) é limitada.

(B) A sucessão (u_n) é monótona crescente.

(C) A sucessão (u_n) é monótona decrescente.

6. Qual é o valor real de a para o qual $a - 1$, a e $a + 3$ são os primeiros termos de uma progressão geométrica?

(A) 3

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{2}{3}$

(D) $\frac{3}{2}$

7. A soma dos primeiros vinte termos de uma progressão aritmética é 50 e a soma dos vinte termos seguintes é -50 .

Calcule a soma dos oitenta primeiros termos desta progressão.

- FIM -

COTAÇÕES

Item												
Cotação (em pontos)												
1.	2.1.	2.2.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	5.	6.	7.	
10	20	20	10	25	20	10	20	25	10	10	20	200