

Teste N.º 3

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

11.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva na folha de respostas o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere a expressão $A(\beta) = \frac{\cos^2 \beta}{1 - \sin \beta}$.

Para todo o β onde a igualdade tem significado, podemos concluir que $A(\beta)$ é igual a:

- (A) $\sin \beta$ (B) $1 + \sin \beta$ (C) $\cos \beta$ (D) $1 + \cos \beta$

2. Seja f a função, de domínio $]-\frac{\pi}{2}, +\infty[$, definida por:

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{tg} x \operatorname{sen} x & \text{se } -\frac{\pi}{2} < x \leq 0 \\ 2 \operatorname{sen} x + 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

O argumento da função está expresso em radianos.

2.1. Em qual das opções se encontra o conjunto dos zeros da função f no intervalo $]-\frac{\pi}{2}, 2\pi]$?

- (A) $\{-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, 0\}$
(B) $\{0, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$
(C) $\{-\frac{5\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}, 0, \pi\}$
(D) $\{0, \pi, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}\}$

2.2. Considere a representação gráfica da função f no intervalo $]-\frac{\pi}{2}, 2\pi]$.

Sabe-se que:

- no primeiro quadrante o gráfico da função f interseca a bissetriz dos quadrantes ímpares num único ponto – seja A esse ponto;
- no segundo quadrante o gráfico da função f interseca a bissetriz dos quadrantes pares num único ponto – seja B esse ponto;

Qual é a distância entre os pontos A e B ?

Resolva esta questão recorrendo às capacidades gráficas da sua calculadora.

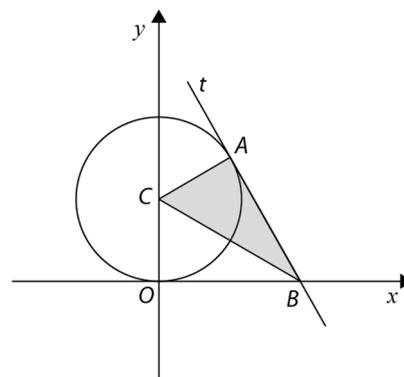
Na sua resposta, deve:

- reproduzir, num referencial, o gráfico da função ou os gráficos das funções que tiver necessidade de visualizar na calculadora, devidamente identificado(s);
- indicar as coordenadas dos pontos A e B , com aproximação às centésimas;
- apresentar o valor pedido, com aproximação às décimas.

3. Na figura estão representados, num referencial ortonormado Oxy , uma circunferência, a reta t tangente à circunferência e o triângulo $[ABC]$.

Sabe-se que:

- a circunferência tem centro C e pode ser definida pela condição $x^2 + y^2 - 6y = 0$;
- o ponto A pertence à circunferência, encontra-se no 1.º quadrante e tem ordenada 4;
- a reta t é tangente à circunferência no ponto A ;
- o ponto B é o ponto de interseção da reta t com o eixo das abscissas.



- 3.1. Determine a inclinação da reta t .

Apresente o resultado em graus, com aproximação às décimas.

- 3.2. Determine o valor exato da área do triângulo $[ABC]$.

Apresente o resultado na forma $\frac{a\sqrt{b}}{c}$, $a, b, c \in \mathbb{N}$.

4. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o cubo $[ABCDEFGH]$ (o ponto C não está representado na figura).

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(11, -1, 2)$;
- o ponto B tem coordenadas $(8, 5, 0)$;
- o ponto D tem coordenadas $(5, -3, 5)$;
- o ponto E tem coordenadas $(13, 2, 8)$.

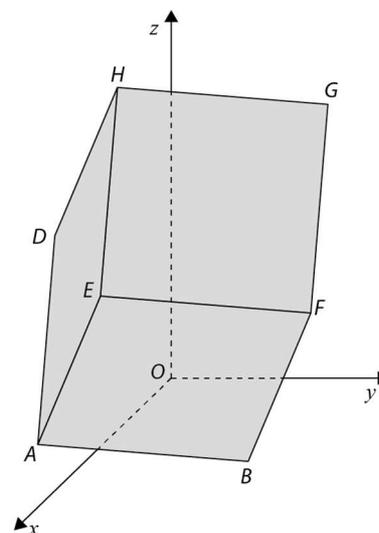
- 4.1. Defina o plano ABE por uma equação cartesiana.

- 4.2. Defina a reta AC por uma equação vetorial.

- 4.3. Qual das condições seguintes define a superfície esférica que passa nos oito vértices do cubo?

- (A) $\left(x + \frac{15}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{147}{4}$
 (B) $\left(x + \frac{15}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{5}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{147}}{2}$
 (C) $\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{147}{4}$
 (D) $\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{5}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{11}{2}\right)^2 = \frac{\sqrt{147}}{2}$

- 4.4. Seja α o plano que contém a origem do referencial e é perpendicular à reta OE e seja P o ponto de interseção do plano α com a reta BF . Determine a distância do ponto P ao plano xOy . Apresente o resultado na forma de dízima.



5. Considere, num referencial o.n. Oxy , a reta r de equação $y = \frac{1}{3}x + 1$.

Seja α a inclinação da reta r , em radianos.

Qual é o valor de $\operatorname{tg}(2022\pi + \alpha) + \cos^2(2021\pi + \alpha)$?

- (A) $\frac{37}{30}$ (B) $\frac{13}{9}$ (C) $-\frac{17}{30}$ (D) $-\frac{7}{9}$

6. Considere as sucessões (u_n) e (v_n) definidas por:

$$u_n = \begin{cases} n & \text{se } n \leq 2022 \\ -1 & \text{se } n > 2022 \end{cases} \quad \text{e} \quad v_n = \frac{(-1)^n}{n}$$

Qual das afirmações seguintes é verdadeira?

- (A) Ambas as sucessões são limitadas.
(B) Ambas as sucessões são não limitadas.
(C) Apenas a sucessão (u_n) é limitada.
(D) Apenas a sucessão (v_n) é limitada.

7. Considere duas progressões, uma aritmética e uma geométrica, das quais se sabe que:

- o primeiro termo da progressão aritmética é igual ao primeiro termo da progressão geométrica;
- a razão da progressão geométrica é 2;
- a soma dos quatro primeiros termos da progressão aritmética é igual a 75;
- a soma dos quatro primeiros termos da progressão geométrica é também igual a 75.

Determine a razão da progressão aritmética.

- FIM -

COTAÇÕES

Item												
Cotação (em pontos)												
1.	2.1.	2.2.	3.1.	3.2.	4.1.	4.2.	4.3.	4.4.	5.	6.	7.	
10	10	25	20	20	20	20	10	25	10	10	20	200