

Teste N.º 2

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

11.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: _____ N.º: ____ Turma: ____

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Sejam f e g as funções definidas, respetivamente, por:

$$f(x) = 1 - 2 \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{5}\right) \quad \text{e} \quad g(x) = 4 - 5 \operatorname{sen}^2(2x + 1)$$

Considere as afirmações.

I. O domínio da função f é $\mathbb{R} \setminus \left\{x: x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

II. O contradomínio da função g é $[-1, 4]$.

Relativamente às afirmações anteriores, podemos concluir que:

(A) apenas a I é verdadeira.

(B) são ambas falsas.

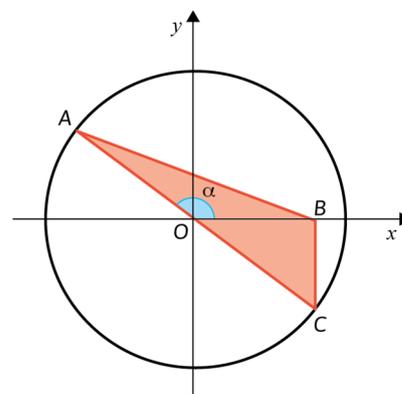
(C) apenas a II é verdadeira.

(D) são ambas verdadeiras.

2. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy , o triângulo $[ABC]$ e a circunferência de centro em O e raio 2 .

Sabe-se que:

- o segmento de reta $[AC]$ é um diâmetro da circunferência;
- α é a inclinação, em radianos, da reta AC , $\alpha \in \left] \frac{\pi}{2}, \pi \right[$;
- B pertence ao semieixo positivo Ox ;
- a reta BC é paralela ao eixo Oy .



Para um determinado valor de α , sabe-se que $\operatorname{tg}(\pi - \alpha) = \frac{1}{2}$.

Determine, sem recorrer à calculadora, para esse valor de α , o valor exato da área do triângulo $[ABC]$.

Apresente a sua resposta na forma de fração irredutível.

3. Considere a função f definida por $f(x) = (2 - \operatorname{sen}(\pi - x))^2 + \operatorname{sen}^2\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

Resolva, no intervalo $]-\pi, 0[$, a equação $f(x) = 7$.

4. Sejam \vec{u} e \vec{v} dois vetores tais que:

- $\|\vec{u}\| = \sqrt{2}$
- $\|\vec{v}\| = 4$
- $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{3\pi}{4}$

Qual é o valor de $(2\vec{u} + \vec{v}) \cdot (\vec{v} - \vec{u})$?

(A) 8

(B) -8

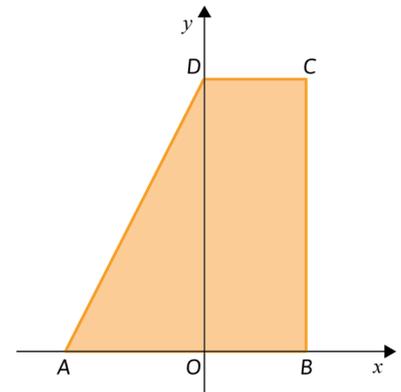
(C) 6

(D) -6

5. Na figura está representado, num referencial o.n. Oxy , o trapézio retângulo $[ABCD]$.

Sabe-se que:

- A e B pertencem ao eixo das abcissas;
- as abcissas dos pontos B e C são iguais;
- as ordenadas dos pontos C e D são iguais;
- D pertence ao semieixo positivo Oy ;
- $\overline{BC} = 2\overline{AO} = \frac{8}{3}\overline{OB}$;
- o trapézio $[ABCD]$ tem área 40.



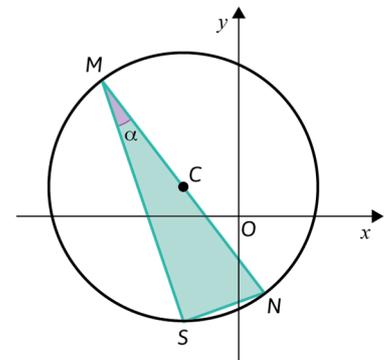
Sem recorrer à calculadora, a não ser para eventuais cálculos numéricos, determine o valor do produto escalar $\overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{AD}$.

6. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy , a circunferência de equação $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ e o triângulo $[MSN]$.

Seja α a amplitude, em radianos, do ângulo SMN .

Sabe-se que:

- $[MN]$ é o diâmetro da circunferência;
- $\overrightarrow{NS} \cdot \overrightarrow{NM} = 10$.



Resolva este item sem recorrer à calculadora.

Determine o valor de:

$$\sin(-\alpha) \times \cos\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) + \cos(\pi + \alpha) \times \sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right)$$

7. Considere, num referencial o.n. Oxy , o ponto A , de coordenadas $(4, -3)$, e a reta r definida pela condição $y = -3x - 11$.

7.1. Seja s a reta paralela à reta r e que passa pelo ponto A .

Qual das seguintes equações vetoriais define a reta s ?

- (A) $(x, y) = (2, -9) + k(3, 1), k \in \mathbb{R}$ (B) $(x, y) = (1, 4) + k(-3, -1), k \in \mathbb{R}$
- (C) $(x, y) = (7, 4) + k(1, -3), k \in \mathbb{R}$ (D) $(x, y) = (6, -9) + k(-1, 3), k \in \mathbb{R}$

7.2. Determine a equação reduzida da circunferência de centro no ponto A e que é tangente à reta r .

7.3. Seja B o ponto de interseção da reta r com o eixo Oy .

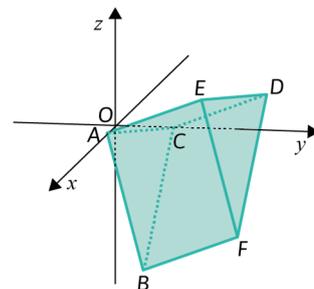
Determine a amplitude do ângulo BOA .

Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.

8. Na figura está representado, num referencial o.n. $Oxyz$, o prisma triangular $[ABCDEF]$.

Sabe-se que:

- A pertence ao eixo Ox ;
- C pertence ao eixo Oy ;
- B tem coordenadas $(3, 2, -7)$;
- D tem coordenadas $(12, 10, 4)$;
- $3x + 2y + z = 6$ é uma equação do plano ABC .



8.1 Qual das seguintes condições define a equação do plano paralelo ao plano xOz e que passa no ponto médio de $[AD]$?

- (A) $x = 7$ (B) $y = 5$ (C) $z = 2$ (D) $y = 0$

8.2 Seja P um ponto do plano ABC , pertencente ao plano xOz e de abscissa igual à sua cota. Qual das equações seguintes define um plano β , perpendicular ao plano ABC e que passa no ponto P ?

- (A) $x - 2y + 3z - 8 = 0$ (B) $3x + 2y + z + 3 = 0$
 (C) $x - y - z + 3 = 0$ (D) $-6x + 3y + 12z - 9 = 0$

8.3 Determine, sem recorrer à calculadora, a equação reduzida da superfície esférica de centro em F e que contém o ponto B .

9. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$:

- a superfície esférica definida por $(x - 1)^2 + (y - 5)^2 + (z - 3)^2 = 24$;
- o plano α , tangente à superfície esférica num ponto A , definido por $x - 2y + z - 6 = 0$.

Determine, recorrendo a processos exclusivamente analíticos, a distância do ponto A ao plano xOz .

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.1	7.2	7.3	8.1	8.2	8.3	9.	Total
10	20	18	10	20	20	10	18	18	10	10	18	18	200