Teste de Matemática A

2023 / 2024

Teste N.º 2

Matemática A

Duração do Teste: 90 minutos

11.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: ____ N.º: ___ Turma: ___

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

Expoente[11] | Daniela Raposo e Luzia Gomes
Com colaboração de Daniela Breda

1. Recentemente, Portugal foi afetado pela tempestade Aline.

Nos dias 18 e 19 de outubro de 2023, registou-se precipitação intensa e vento forte.

Seja h a função que identifica a altura da maré, em metros, no porto de Leixões, durante estes dois dias. Admita que h pode ser definida por:

$$h(t) = 8 + 5\text{sen}(0{,}2t + 1),\ 0 \leq t \leq 48$$

em que t é o tempo, em horas, decorridas desde as 0 horas do dia 18 de outubro.

O argumento da função seno está em radianos.

Considere a altura da maré, no porto de Leixões, às 0 horas do dia 18 de outubro de 2023.

Recorrendo às capacidades gráficas da calculadora, determine quanto tempo decorreu até ao primeiro instante em que se voltou a registar a mesma altura da maré, nesse porto, de acordo com o modelo apresentado.

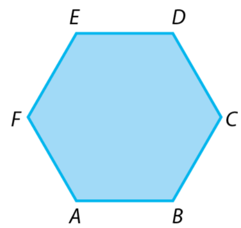
Apresente o resultado em horas e minutos (os minutos arredondados às unidades).

Na sua resposta:

- reproduza, na folha de respostas, o(s) gráfico(s) visualizado(s) na calculadora, devidamente identificado(s), incluindo o referencial;
- apresente a(s) coordenada(s) do(s) ponto(s) relevante(s), arredondada(s) às centésimas.

Se, nos cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, duas casas decimais.

2. Na figura está representado um hexágono regular $[ABCDEF]$ de perímetro igual a $6\sqrt{3}$.



O valor do produto escalar $\overrightarrow{DB}.\left(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{FC}\right)$ é:

(A) -9 **(B)** -3 **(C)** $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ **(D)** $-\sqrt{3}$

3. Considere, num referencial o.n. Oxy, as retas r e s.

Sabe-se que:

- a reta r está definida por $y = \left(2\sqrt{3} + 3a\right)x + \frac{\sqrt{3}}{3},\ a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$;
- a reta s está definida por $(x, y) = (1, -2) + k\left(\sqrt{3}, -1\right), k \in \mathbb{R}$;
- a reta r é perpendicular à reta s.

Qual é o valor de a?

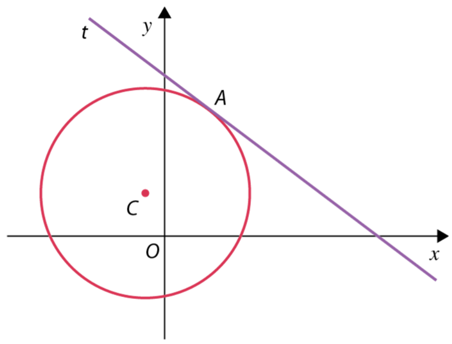
(A) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ **(B)** $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ **(C)** $-\sqrt{3}$ **(D)** $\sqrt{3}$

4. Considere, num referencial o.n. Oxy, os pontos A, B, C e D de coordenadas $(1,-3)$, $(4,-1)$, $(-10+4k\,,2)$ e $(2k^2\,,-8)$, $k \in \mathbb{R}^+$, respetivamente.

4.1 Determine a equação reduzida da circunferência de diâmetro $[AB]$.

4.2 Seja M o ponto médio de $[CD]$.
Sabe-se que a abcissa do ponto M é simétrica da sua ordenada.
Determine a equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[CD]$.
Apresente a sua resposta na forma $y = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$.

5. Na figura estão representadas, num referencial Oxy, uma circunferência $\mathcal{C}$ e uma reta t.



Sabe-se que:

- a circunferência $\mathcal{C}$ é definida por $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + (y-1)^2 = \frac{25}{4}$;
- a reta t é tangente à circunferência no ponto A;
- o ponto A tem coordenadas $(1,3)$.

O conjunto de pontos $P(x,y)$ que satisfazem a condição $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$ pode ser definido pela equação:

(A) $y = -\frac{4}{3}x + \frac{5}{3}$

(B) $(x-1)^2 + (y-3)^2 = \frac{25}{4}$

(C) $y = -\frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$

(D) $\left(x-\frac{1}{4}\right)^2 + (y-2)^2 = \frac{5}{4}$

6. Considere, num referencial o.n. Oxy, o ponto A de coordenadas $(2,4)$ e a reta r definida por:

$$(x,y) = (4,1) + k(-3,1), k \in \mathbb{R}$$

Seja P um ponto pertencente à reta r.
Em qual das seguintes opções está indicado o conjunto dos valores de k para os quais o ângulo AOP é agudo?

(A) $]-\infty, 6[$ **(B)** $]1,6[$ **(C)** $]6,+\infty[$ **(D)** $]-\infty,1[\, \cup \,]1,6[$

7. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, um plano α de equação $2x - y + z - 7 = 0$.
Seja P um ponto de coordenadas $(-3,4,-1)$.
Calcule, recorrendo a processos exclusivamente analíticos, as coordenadas do simétrico do ponto P em relação ao plano α.

8. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$:

- o ponto A de coordenadas $(-2, 5, 0)$;
- o ponto B de coordenadas $(1, -1, 2)$;
- o ponto C de coordenadas $(3, 2, 8)$;
- o ponto D de coordenadas $(3, 5, 2)$.

8.1 Determine, sem recorrer à calculadora, uma equação cartesiana do plano ABC.
Apresente a equação na forma $ax + by + cz + d = 0$, em que a, b, c e d são números reais.

8.2 Seja β o plano paralelo à reta BC e que contém o ponto de coordenadas $(-1, 2, -1)$.
Qual das equações seguintes pode ser uma equação do plano β?

(A) $2x + 3y + 6z + 2 = 0$ **(B)** $3x + 2y - 2z + 3 = 0$

(C) $-2x - 3y - 6z + 2 = 0$ **(D)** $-3x - 2y + 2z + 3 = 0$

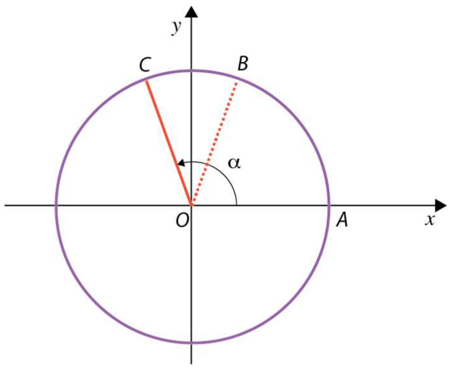
8.3 Determine, sem recorrer à calculadora, a equação reduzida da superfície esférica de diâmetro $[AD]$.

8.4 Determine a amplitude do ângulo ABD.
Apresente o resultado em graus, arredondado às unidades.
Se, em cálculos intermédios, proceder a arredondamentos, conserve, no mínimo, três casas decimais.

9. Na figura estão representados, num referencial o.n. Oxy, uma circunferência de centro na origem e os pontos A, B e C, pertencentes à circunferência.

Sabe-se que:

- o ponto A tem coordenadas $(3, 0)$;
- o ângulo orientado AOC tem amplitude α, $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$;
- os pontos B e C têm a mesma ordenada;
- $\overrightarrow{OB} . \overrightarrow{OC} = \frac{9}{2}$.



Determine a equação reduzida da reta OC.

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	**2.**	**3.**	**4.1**	**4.2**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.1**	**8.2**	**8.3**	**8.4**	**9.**	**Total**
20	10	10	18	18	10	10	20	18	10	18	18	20	**200**