Teste de Matemática A

2024 / 2025

Teste N.º 1

Matemática A

Duração do teste: 90 minutos

11.º Ano de Escolaridade

Nome do aluno: ____ N.º: ___ Turma: ___

Utilize apenas caneta ou esferográfica de tinta azul ou preta.

Não é permitido o uso de corretor. Risque aquilo que pretende que não seja classificado.

É permitido o uso de calculadora.

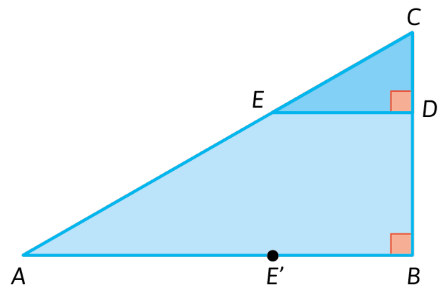
Apresente apenas uma resposta para cada item.

As cotações dos itens encontram-se no final do enunciado.

Na resposta aos itens de escolha múltipla, selecione a opção correta. Escreva, na folha de respostas, o número do item e a letra que identifica a opção escolhida.

Na resposta aos restantes itens, apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias. Quando para um resultado não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Na figura estão representados o triângulo $[ABC]$, retângulo em B, e o triângulo $[EDC]$, retângulo em D, que não estão desenhados à escala.

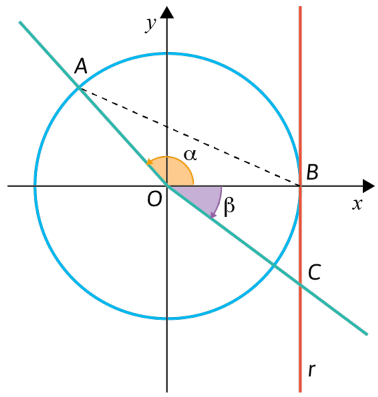


Sabe-se que:

- o ponto D pertence ao lado $[BC]$;
- o ponto E pertence ao lado $[AC]$;
- o ponto E' é a projeção ortogonal do ponto E sobre o lado$[AB]$;
- $B\hat{A}C = 60°$;
- $\overline{ED} = \overline{DB}$;
- $\overline{AB} = 12$.

Sem recurso à calculadora, mostre que o valor da área do quadrado $[EDBE']$ é igual a $216(2-\sqrt{3})$ u.a.

2. Na figura estão representados, em referencial o.n. Oxy:



- a circunferência trigonométrica;
- a reta r, definida por $x = 1$;
- o ponto A, pertencente ao segundo quadrante e à circunferência;
- o ângulo, de amplitude α, cujo lado origem é o semieixo positivo das abcissas e cujo lado extremidade é a semirreta $\dot{O}A$;
- o ponto B, de coordenadas $(1, 0)$;
- o ponto C, pertencente à reta r e de ordenada igual a $-\frac{3}{4}$;
- o ângulo, de amplitude β, que tem por lado origem o semieixo positivo das abcissas e por lado extremidade a semirreta $\dot{O}C$.

2.1 O valor de $\operatorname{sen}(90° - \beta) + \cos(-\beta)$ é:

(A) $\frac{8}{5}$ **(B)** $\frac{7}{5}$ **(C)** $\frac{4}{5}$ **(D)** $\frac{1}{5}$

2.2 Para uma certa posição do ponto A, sabe-se que $\cos^2(180° - \alpha) - \frac{4}{9} = 0$.

Sem recurso à calculadora, determine, para essa posição do ponto A, a medida do segmento de reta $[AB]$. Apresente o resultado na forma $\frac{\sqrt{a}}{b}$, $a, b \in \mathbb{N}$.

3. Considere a condição $2 - 3\cos^2\alpha = k \wedge \alpha \in]90°, 180°] \wedge k \in \mathbb{R}$.

Em qual dos seguintes intervalos se encontram todos os valores de k para os quais a condição é possível?

(A) $]-1, 2]$ **(B)** $[-2, 1[$ **(C)** $[-1, 2[$ **(D)** $]-2, 1]$

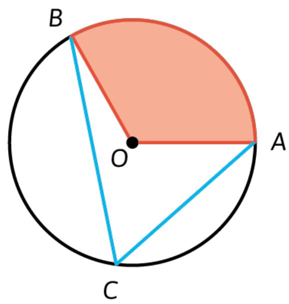
4. De dois ângulos, de amplitudes α e β, sabe-se que $\alpha \in]-90°, 90°[$ e $\beta \in]-180°, -90°[$.

Para quaisquer valores de α e β, em qual das seguintes opções se encontra uma afirmação necessariamente verdadeira?

(A) $\operatorname{sen} \alpha - \cos \beta > 0$ **(B)** $\operatorname{sen} \alpha + \cos \beta < 0$

(C) $\cos \alpha - \operatorname{sen} \beta > 0$ **(D)** $\cos \alpha \times \operatorname{tg} \beta < 0$

5. Na figura está representada uma circunferência de centro no ponto O.



Sabe-se que:

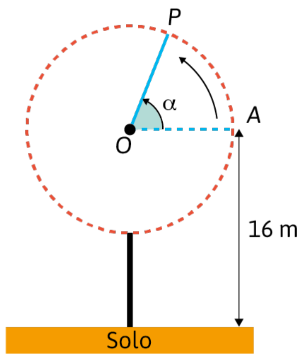
- os pontos A, B e C pertencem à circunferência;
- o arco de circunferência AB tem comprimento de $\frac{10\pi}{3}$ cm;
- o arco de circunferência AB é o arco correspondente aos ângulos AOB e ACB;
- o setor circular correspondente ao arco de circunferência AB tem 10π cm^2 de área.

A figura não está desenhada à escala.

Determine, sem recorrer à calculadora, a amplitude, em radianos, do ângulo ACB.

6. O Pedro foi andar num carrossel. A figura, que não está à escala, ilustra a situação. Em cada volta, que se inicia no ponto A, o Pedro descreve uma circunferência com 7 metros de raio, centrada no ponto O, rodando no sentido indicado na figura.

A distância do ponto A ao solo é de 16 metros.



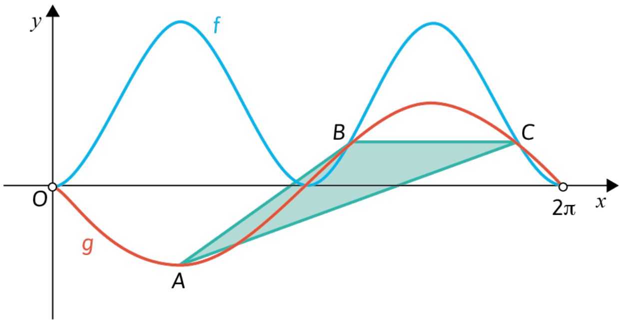
Para cada posição P do Pedro, fica determinado um ângulo de amplitude α, medida em radianos, que tem como lado origem a semirreta $\dot{O}A$ e como lado extremidade a semirreta $\dot{O}P$.

Qual das seguintes expressões define a função d que, para cada valor de α, dá a distância, em metros, do Pedro ao solo?

(A) $d(\alpha) = 7 + 16\cos \alpha$ **(B)** $d(\alpha) = 7 + 16\operatorname{sen} \alpha$

(C) $d(\alpha) = 16 + 7\cos \alpha$ **(D)** $d(\alpha) = 16 + 7\operatorname{sen} \alpha$

7. Na figura estão representados graficamente as funções f e g, ambas de domínio $]0, 2\pi[$, definidas, respetivamente, por $f(x) = 2\,\text{sen}^2(x)$ e $g(x) = \cos\left(-\frac{\pi}{2} - x\right)$, e ainda o triângulo $[ABC]$.



Sabe-se que:

- A é o ponto pertencente ao gráfico de g de menor ordenada;
- B e C são os pontos de interseção dos gráficos das funções f e g de ordenada positiva.

Recorrendo a processos exclusivamente analíticos, determine a área do triângulo $[ABC]$.

8. Sabe-se que $3\cos(-\alpha - \pi) = \sqrt{5}$ e que $\alpha \in \,]-\pi, 0[$.

Determine, sem recorrer à calculadora, o valor de:

$$2\cos\left(-\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) + 5\,\text{tg}(-11\pi + \alpha) + \text{sen}(\alpha - \pi)$$

Apresente o resultado na forma $a + b\sqrt{c},\ \ a, b, c \in \mathbb{N}$.

9. Seja g a função, de domínio D e de contradomínio $\left]-\sqrt{3}, +\infty\right[$, definida por $g(x) = \text{tg}x$.

Qual dos conjuntos seguintes pode ser o conjunto D ?

(A) $\left]-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}\right[$ **(B)** $\left]\frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right[$

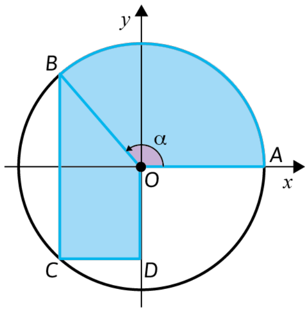
(C) $\left]\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right[$ **(D)** $\left]\frac{4\pi}{3}, \frac{3\pi}{2}\right[$

10. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por:

$$f(x) = \cos(-2x - \pi) + \text{sen}\left(\frac{\pi}{2} + 2x\right) - \left(\sqrt{2}\cos(2x) + 1\right)^2$$

Determine, sem recorrer à calculadora, os valores de x para os quais a função f se anula.

11. Na figura estão representadas, em referencial o.n. Oxy, a circunferência de centro em O e de raio 4 e uma região sombreada composta pelo trapézio $[OBCD]$, retângulo em C e em D, e pelo setor circular correspondente ao ângulo orientado AOB, de amplitude α, em radianos, com $\alpha \in \left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ e de raio $\overline{OA}$.



Sabe-se que:

- o ponto A pertence à circunferência e ao semieixo positivo Ox;
- os pontos B e C pertencem à circunferência, sendo C o simétrico de B, em relação ao eixo Ox.

11.1 Mostre que a área da região sombreada é dada, em função de α, pela expressão:

$$8\alpha - 24 \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha$$

11.2 Existe um valor de α para o qual a área da região sombreada é igual à área de metade do círculo delimitado pela circunferência representada.

Determine, recorrendo à calculadora, o valor de α.

Apresente o resultado em radianos, arredondado às unidades.

Na sua resposta:

- apresente uma equação que lhe permita resolver o problema;
- represente, num referencial, o(s) gráfico(s) da(s) função(ões) visualizado(s) na calculadora e assinale o(s) ponto(s) relevante(s), que lhe permitem resolver a equação.

FIM

COTAÇÕES

Item													
Cotação (em pontos)													
1.	**2.1**	**2.2**	**3.**	**4.**	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**10.**	**11.1**	**11.2**	**Total**
18	10	18	10	10	18	10	20	18	10	20	20	18	**200**