www.esffranco.edu.pt
(2017/2018)

1.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 12.º 11

1.º Período | 02/11/17 | Duração: 90 minutos

Nome: | N.º:

Classificação: | O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Numa empresa existem 16 administradores, 10 dos quais homens.

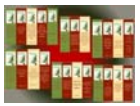
1.1. Escolhem-se 4 quaisquer administradores da empresa.
Qual é a probabilidade de serem todos homens?

(A) $\frac{1}{26}$ **(B)** $\frac{3}{26}$ **(C)** $\frac{5}{52}$ **(D)** $\frac{11}{52}$

1.2. Todos os dias há uma reunião entre os administradores.
Para essa reunião acontecer, têm de comparecer, pelo menos, 2 administradores.
Quantas reuniões diferentes pode haver?

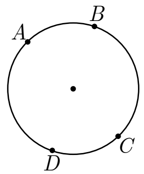
(A) $65\,216$ **(B)** $65\,519$ **(C)** $11\,440$ **(D)** $12\,870$

2. O Tatiano faz coleção de marcadores de livros e vai colocar 18 deles, todos diferentes, lado a lado para mostrar à sua namorada.
De quantos modos distintos pode ele fazer isso de maneira a que os 7 marcadores de livros portugueses fiquem juntos?



(A) 15 **(B)** 18 **(C)** $7! \times 11!$ **(D)** $7! \times 12!$

3. Na circunferência de centro O da figura estão assinalados 4 pontos.
Considere n outros pontos da circunferência de modo que apenas se tenham dois diâmetros, $[AC]$ e $[BD]$.
Quantos triângulos retângulos, inscritos na circunferência, existem usando esses $n+4$ pontos?



(A) $2n^2+14n$ **(B)** $2n+8$

(C) $2n^2+7n$ **(D)** $2n+4$

4. Uma linha do Triângulo de Pascal tem um número ímpar de elementos e sabe-se que o maior número dessa linha é o 13.º elemento.
Ao escolher um elemento ao acaso dessa linha, qual é a probabilidade de ele ser um número inferior a $20\,000$?

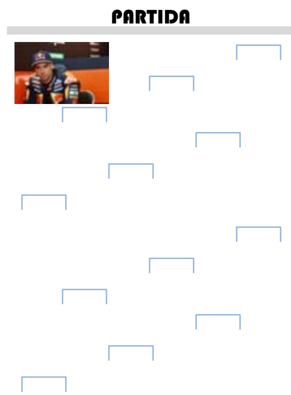
(A) $\frac{3}{13}$ **(B)** $\frac{6}{13}$ **(C)** $\frac{2}{5}$ **(D)** $\frac{4}{5}$

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. No dia 22 de outubro realizou-se o grande Prémio da Austrália em Moto2.
Apenas os primeiros 15 pilotos a terminar a prova foram pontuados para o campeonato. Desses, sabe-se que 9 pilotos são latinos: 1 português, 3 espanhóis e 5 italianos.



1.1. De quantas maneiras diferentes pode ter sido a classificação desses 15 pilotos se os primeiros nove foram latinos?

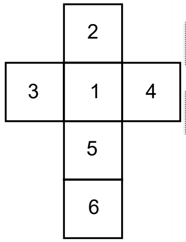
1.2. Considere agora uma qualquer classificação dos 15 pilotos que pontuaram para o campeonato.
Determine a probabilidade de:

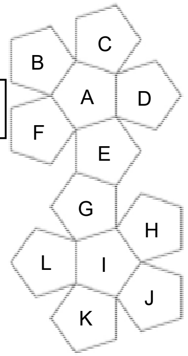
1.2.1. o primeiro e o último pilotos serem latinos;

1.2.2. não haver pilotos italianos em lugares consecutivos.

2. Considere a experiência de se lançar:

- três vezes um dado cúbico, equilibrado, numerado de 1 a 6;
- cinco vezes um dado dodecaédrico, equilibrado, com as letras de A a L.





Depois de se lançarem os dados as oito vezes, obtém-se um código, como por exemplo 252GACHH.

2.1. Quantos códigos diferentes pode haver se o número obtido for par e todas as letras forem diferentes?

2.2. Escolhe-se um código ao acaso.
Qual é a probabilidade de o número obtido ser capicua e ter apenas duas letras K?
Apresente o resultado na forma de dízima, com quatro casas decimais.

3. Num saco estão cinco bolas, indistinguíveis ao tato, cada uma delas numerada com um número diferente: –2, –1, 0, 1 e 2.

3.1. Extraem-se, ao acaso e em simultâneo, quatro bolas do saco.
Calcule a probabilidade de o produto dos números inscritos nas bolas extraídas ser 0.

3.2. Considere agora que se juntam ao saco onze bolas numeradas com o número 3.
Considere ainda que se extraem, ao acaso e em simultâneo, seis bolas do saco.

3.2.1. Mostre que existem 8008 maneiras de poder ser feita essa extração.

3.2.2. Determine a probabilidade de haver apenas quatro bolas com o número 3.

3.2.3. Determine a probabilidade de haver, pelo menos, duas bolas com um número não positivo.

Adaptado do exame nacional de Matemática A, 1.ª fase de 2012

4. Determine o coeficiente do termo em x^{13} do desenvolvimento de $\left(x^2 - \frac{3}{x}\right)^{14}$, $x \neq 0$.

5. Sejam $(E, \mathscr{P}(E), P)$ um espaço de probabilidades e $A, B \in \mathscr{P}(E)$ tais que:

- $P(A) = 0,3$;
- $P(\overline{B}) = 0,2$;
- $\overline{A} \cap \overline{B}$ é um acontecimento impossível.

Determine $P(A \cap \overline{B})$.

6. Resolva, usando processos analíticos, <u>o item **6.1.** ou o item **6.2.**</u>.

6.1. Considere, num universo U, os subconjuntos A, B e C tais que:

- A e C são contrários;
- $B \subset C$.

Utilizando as propriedades das operações sobre conjuntos, mostre que:

$\overline{A \cap \overline{B}} \cap \overline{C} = \varnothing$

6.2. Resolva, para $n \geq 6$, a equação $\frac{{}^{n+1}A_7}{3120} = 3! \times {}^{n+1}C_5$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (160 pontos)	**1.**...............**38** **1.1.**......10 **1.2.1.**...14 **1.2.2.**...14	**2.**...............**24** **2.1.**.....10 **2.2.**.....14	**3.**...............**50** **3.1.**.....14 **3.2.1.**..10 **3.2.2.**..12 **3.2.3.**..14	**4.**...............**17**	**5.**...............**14**	**6.**...............**17**