www.esffranco.edu.pt
(2016/2017)

5.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 11

3.º Período

09/05/17 Duração: 90 minutos

Nome: N.º:

Classificação: , O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. Dado um número real k, considere, fixado um referencial o.n. do plano, os vetores colineares $\vec{a}(2-k,-3)$ e $\vec{b}(4,k+2)$.

Sabendo que $\vec{a}$ e $\vec{b}$ têm sentidos diferentes, qual é o valor de k?

(A) -2 **(B)** -4 **(C)** 2 **(D)** 4

2. Dada a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x)=\left|x^2+3x-8\right|$, pretende-se determinar as abcissas dos pontos de interseção do seu gráfico com a reta de equação $y=8$.

Quais são as equações a resolver?

(A) $x^2+3x=0$ e $x^2+3x+16=0$ **(B)** $x^2-3x-8=0$ e $x^2+3x+16=0$

(C) $x^2+3x=0$ e $x^2+3x-16=0$ **(D)** $x^2-3x-8=0$ e $x^2+3x-16=0$

3. Considere a função quadrática definida por $g(x)=ax^2+2x-3$, $a\neq 0$.

Sabendo que a função g não tem zeros, pode-se concluir que:

(A) $a\in\left]-\infty,\frac{3}{2}\right[$ **(B)** $a\in\left]\frac{3}{2},+\infty\right[$ **(C)** $a\in\left]-\infty,-\frac{1}{3}\right[$ **(D)** $a\in\left]-\frac{1}{3},+\infty\right[$

4. Considere os polinómios $A(x)=2x^6+3x^5-3x-10$ e $B(x)=2x^6+2x^4-2x^2$.

Os graus dos polinómios $A(x)\times B(x)$ e $A(x)-B(x)$ são, respetivamente:

(A) 12 e 5 **(B)** 12 e 4 **(C)** 36 e 5 **(D)** 36 e 4

5. Dado um número real k, sabe-se que o resto da divisão do polinómio $P(x)=x^2-4x$ pelo binómio $x-k$ é um número negativo.

Qual dos seguintes números pode ser o k?

(A) 3 **(B)** 4 **(C)** $-\frac{1}{4}$ **(D)** -2

Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

1. Considere as funções, de domínio $\mathbb{R}$, definidas por $f(x)=3x-6$ e $g(x)=4x^2-6$.

1.1. Usando processos exclusivamente analíticos, defina, sob a forma de intervalo ou união de intervalo de números reais, os conjuntos:

1.1.1. $A=\left\{x\in\mathbb{R}:\left|f(x)\right|>8\right\}$.

1.1.2. $B=\left\{x\in\mathbb{R}:f(x)\geq g(x)\right\}$.

1.2. Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $h(x)=\left(x-x^2\right)\times g(x)$.

Determine, recorrendo à calculadora gráfica, o contradomínio da função h.

Na sua resposta:

- reproduza, num referencial, o gráfico da função h (pode utilizar a janela de visualização [–3,3] x [–10,10]);
- assinale o ponto relevante do gráfico de h e indique as suas coordenadas com arredondamentos às milésimas;
- indique o contradomínio da função h.

2. Xabi Alonso é um jogador profissional de futebol e, segundo o sítio www.goalpoint.pt, é o mais eficaz marcador de livres diretos.

Admita que, num jogo de futebol, Xabi Alonso fez um golo na marcação de um livre direto.

Admita ainda que a altura da bola (em metros) foi dada, t segundos após ela partir até ao golo, pela função definida por

$$h(t) = -\frac{35t^2}{6} + 7t\,,\ t \in [0,1].$$

Resolva os itens seguintes usando exclusivamente processos analíticos (se usar valores aproximados, conserve, pelo menos, três casas decimais).

2.1. Qual foi a altura da bola no momento em que ela entrou na baliza?

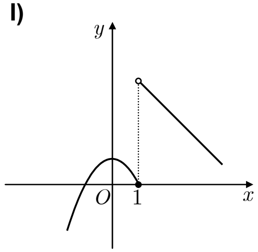
Apresente o resultado em metros, arredondado às centésimas.

2.2. Determine qual foi o tempo necessário (em segundos) para a bola atingir a altura máxima e qual foi essa altura máxima (em metros).

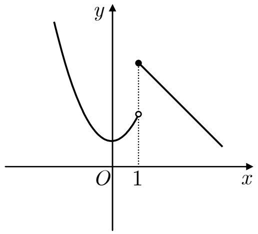
3. Considere a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por $f(x) = \begin{cases} ax^2 + 1 & \text{se } x \le 1 \\ 5 - ax & \text{se } x > 1 \end{cases}$ com $a > 0$.

Apenas uma das opções seguintes pode representar parte do gráfico da função f.

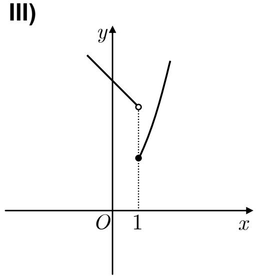
I)



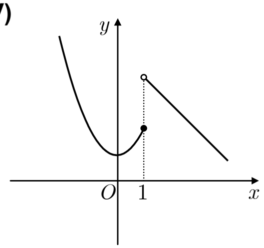
II)



III)



IV)



Elabore uma composição na qual:

- indique a opção que pode representar f.
- apresente três razões para rejeitar as restantes opções, uma por cada opção rejeitada.

4. Dado o polinómio $P(x) = 5x^3 - 3x^2 - 28$:

4.1. Mostre que $P(x)$ é divisível por $x - 2$;

4.2. Determine o quociente e o resto da divisão inteira de $P(x)$ por $3x - 9$.

5. Considere os polinómios $A(x) = 6x^4 - 2kx^2 + kx - 8$ e $B(x) = 2x^2 - 4$, $k \in \mathbb{R}$.

5.1. Nesta alínea, considere $k = 1$.

Utilizando a divisão inteira de polinómios, determine o quociente e o resto da divisão inteira de $A(x)$ por $B(x)$.

5.2. Determine k de modo que $A(x)$ seja divisível por $x + 1$.

6. Resolva, usando processos analíticos, o <u>item **6.1.** ou o item **6.2.**</u>.

6.1. Considere a função quadrática definida por $f(x) = ax^2$, $a \neq 0$.

Mostre que a reta de equação $y = x + a$ interseta o gráfico de f em dois pontos.

6.2. Considere o polinómio $P(x) = x^{2n} + (ax)^n$, $a \in \mathbb{R} \wedge n \in \mathbb{N}$.

Prove que é verdadeira a seguinte proposição:

Se n é ímpar, $P(x)$ é divisível por $x + a$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0

Grupo II (160 pontos)	1.............48 1.1.1...17 1.1.2...17 1.2......14	2.............25 2.1......11 2.2......14	3.............14	4.............28 4.1......11 4.2......17	5.............31 5.1......17 5.2......14	6.............14