

4.º TESTE DE MATEMÁTICA A – 10.º 11

2.º Período

14/03/17

Duração: 90 minutos

Nome:

N.º:

Classificação:

--	--	--

O professor:

VERSÃO 1

Grupo I

Na resposta a cada um dos itens deste grupo, selecione a única opção correta.

Escreva, na folha de respostas:

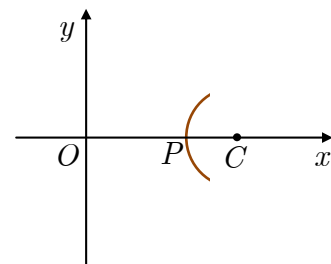
- o número do item;
- a letra que identifica a única opção escolhida.

Não apresente cálculos, nem justificações.

1. No referencial o.n. xOy do lado, está parte da circunferência de equação $x^2 + y^2 - 3x + 2 = 0$.

Tal como sugere essa figura:

- o ponto C é o centro da circunferência;
- o ponto P pertence ao eixo Ox e à circunferência.



Qual dos seguintes pode representar um sistema de equações paramétricas que defina a reta que passa no ponto P e é paralela à bissetriz dos quadrantes pares?

(A) $x = 1 - k \wedge y = k, k \in \mathbb{R}$

(B) $x = \frac{3}{2} - k \wedge y = k, k \in \mathbb{R}$

(C) $x = 1 + k \wedge y = k, k \in \mathbb{R}$

(D) $x = \frac{3}{2} + k \wedge y = k, k \in \mathbb{R}$

2. Seja j a função definida pela tabela ao lado.

Qual dos conjuntos a seguir representa o gráfico da função definida por $l(x) = \frac{1}{6} j(x)$?

x	1	2	3
$j(x)$	-12	-8	0

(A) $\left\{ (1, 2), \left(2, \frac{4}{3} \right), (3, 0) \right\}$

(B) $\left\{ (1, -72), (2, -48), (3, 0) \right\}$

(C) $\left\{ (1, -2), \left(2, -\frac{4}{3} \right), (3, 0) \right\}$

(D) $\left\{ (1, 72), (2, 48), (3, 0) \right\}$

3. Considere a seguinte função:

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$x \mapsto 2x$$

Considere ainda as seguintes proposições:

$$p : \exists a, b \in \mathbb{N} : a \neq b \wedge f(a) = f(b)$$

$$q : \forall b \in \mathbb{Z}, \exists a \in \mathbb{N} : f(a) = b$$

Pode-se concluir que:

(A) p e q são ambas verdadeiras;

(B) p e q são ambas falsas;

(C) p é verdadeira e q é falsa;

(D) p é falsa e q é verdadeira.

4. Considere a função g , ímpar e de domínio \mathbb{R} , cujo gráfico cartesiano parcial se encontra no referencial o.n. xOy do lado.

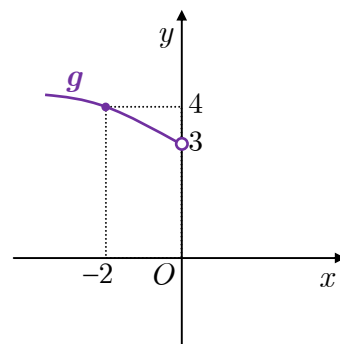
Qual é o valor de $\frac{g(-2) + g(0)}{g(2)}$?

(A) $\frac{7}{4}$

(B) 2

(C) $-\frac{1}{4}$

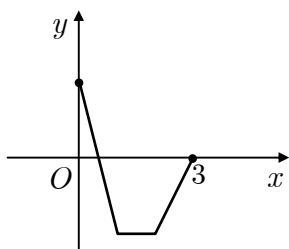
(D) -1



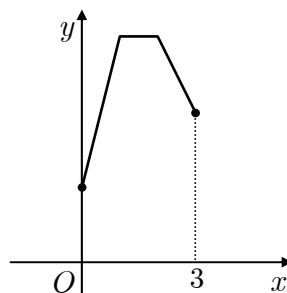
5. Ao lado está representado graficamente a função h de domínio $[0, 3]$.

Em qual das figuras abaixo pode estar a representação gráfica da função definida por $f(x) = 2 - h(x)$?

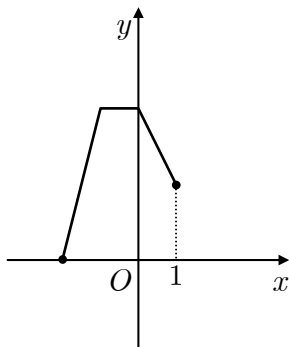
(A)



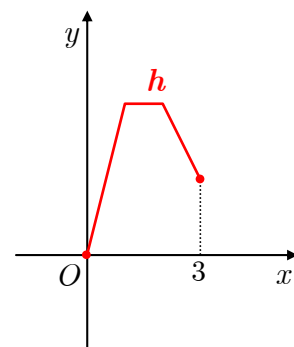
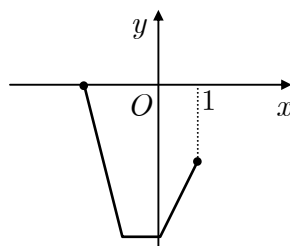
(B)



(C)



(D)



Grupo II

Nas respostas a cada um dos itens deste grupo apresente todos os cálculos que tiver de efetuar e todas as justificações necessárias.

Atenção: quando, para um resultado, não é pedida a aproximação, apresente sempre o valor exato.

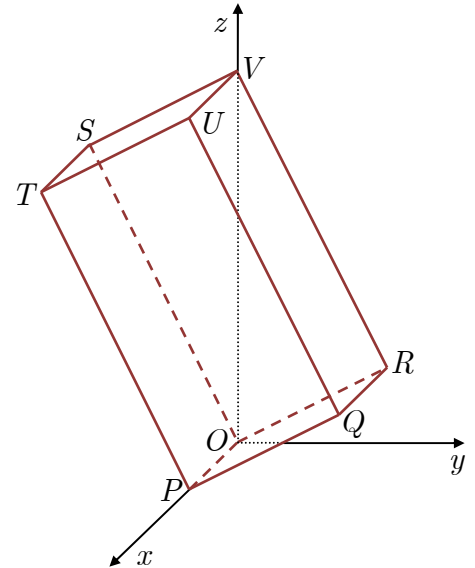
1. Considere, no referencial o.n. $Oxyz$ da figura, o prisma quadrangular reto $[OPQRSTUV]$.

Sabe-se que:

- o vértice P tem coordenadas $(4,0,0)$;
- o vértice V tem coordenadas $(0,0,10)$;
- o vértice S pertence ao plano definido por $x = 0 \wedge y = -4$;
- $\overline{SV} = 2\sqrt{5}$.

Caracterize, por uma equação cartesiana simplificada, o plano mediador do segmento $[PT]$, **percorrendo os seguintes passos:**

- mostre que a cota do ponto S é 8;
- indique as coordenadas do ponto T ;
- considere um ponto qualquer do plano mediador de $[PT]$ e escreva a equação pedida.



2. Considere, no referencial o.n. xOy do lado, o gráfico cartesiano da função f , de domínio $[-5,5]$.

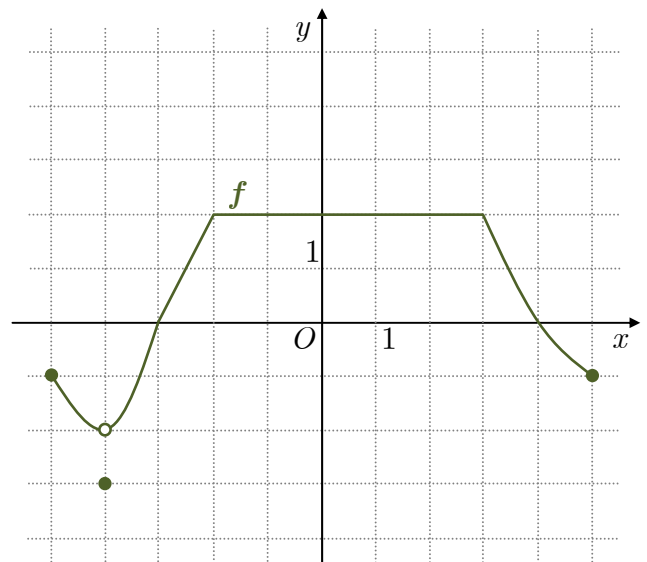
2.1. Indique:

- 2.1.1. o(s) intervalo(s) de números reais onde f é negativa;
- 2.1.2. o maior intervalo de números reais onde f é crescente em sentido lato;
- 2.1.3. o intervalo de números reais positivos onde f é decrescente;
- 2.1.4. o conjunto dos minorantes de f ;
- 2.1.5. os mínimos relativos de f e os respetivos minimizantes.

2.2. Considere agora a função g , de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = 3x - 1$.

Calcule, se existir:

- 2.2.1. $(g \circ f)(3)$;
- 2.2.2. $(f \circ g)(-2)$;
- 2.2.3. o(s) valor(es) de x de modo que $(f \circ g)(x) = 0$.



3. Sejam f e g as funções, de domínios \mathbb{R} e $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$, definidas respetivamente por

$$f(x) = 5 - 2x \quad \text{e} \quad g(x) = \frac{1}{2x+6}$$

3.1. Estude a paridade da função f .

3.2. Caracterize a função $f \circ g$.

Na sua resposta deve:

- indicar o domínio da função $f \circ g$;
- apresentar $(f \circ g)(x)$ de forma simplificada.

4. Resolva, usando processos analíticos, o item 4.1. ou o item 4.2.

4.1. Considere a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $g(x) = 8x^3 + 4$.

Prove que g é uma função bijetiva.

4.2. Considere a função, de domínio \mathbb{R} , definida por $h(x) = -3x^2$.

Prove que h é uma função crescente em $] -\infty, 0]$.

FIM

COTAÇÕES

Grupo I (40 pontos)	Cada resposta certa: 8	Cada questão errada, não respondida ou anulada: 0
------------------------	------------------------	---

Grupo II (160 pontos)	1.....22	2.....88	3.....36	4.....14
		2.1.1.....8	3.1.....14	
		2.1.2.....8	3.2.....22	
		2.1.3.....8		
		2.1.4.....8		
		2.1.5.....10		
		2.2.1.....14		
		2.2.2.....14		
		2.2.3.....18		